

UNIVERSIDADE DE LISBOA
INSTITUTO DE EDUCAÇÃO



Práticas de ensino envolvendo a resolução de problemas:

- Um estudo com uma professora do 2.º ciclo do ensino básico

Ruben Mandela Josué

MESTRADO EM EDUCAÇÃO

Área de Especialidade: Didática da Matemática

Dissertação orientada pelo Professor Doutor Henrique Manuel Guimarães

2016

À Deus Pai Todo Poderoso

Agradecimentos

- Ao meu orientador, Professor Doutor Henriques Manuel Guimarães, a minha grande admiração e reconhecimento pela sua inexcedível disponibilidade e acompanhamento que manifestou ao longo deste trabalho.

Agradeço ainda:

- Às professoras que participaram neste estudo, pela sua abertura e compreensão.

- Ao Joaquim Vaz pelo cuidado com que leu os textos e sugestões apresentadas.

- À Helena pelo apoio e paciência com que ouviu as minhas inquietações.

- Ao Nuno pelo sua colaboração na tradução de textos.

- Aos meus pais, irmãos, sobrinhos que ao longo destes anos foram privados da minha presença nos momentos de maior desalento, mas que souberam compreender e esperar até a presente data.

- A minha família e amigos pela forma persistente com que partilharam os momentos mais difíceis deste trabalho.

- E outros cujos nomes ficam por mencionar mas que trarei sempre presentes na minha memória, e estarei sempre grato pelo afecto, amizade, apoio e carinho recebidos.

Resumo

O presente estudo tem como objetivo caracterizar e compreender as práticas de ensino de professores de Matemática do 2.º ciclo do ensino básico que envolvem a resolução de problemas. Neste âmbito, procura dar resposta às seguintes questões: (1) Como preparam os professores as aulas em que preveem utilizar tarefas que envolvam a resolução de problemas? Na seleção destas tarefas que objetivos têm em mente e que aspetos dessas tarefas valorizam? Quais os principais constrangimentos e dificuldades com que se debatem? (2) Como é que os professores efetuam a gestão das aulas em que se recorrem à resolução de problemas? Que momentos valorizam mais na condução dessas aulas? Quais os principais constrangimentos e dificuldades enfrentam e como as procuram superar?

A metodologia utilizada no estudo, de natureza interpretativa qualitativa, recorreu ao estudo de caso de cariz etnográfico e a recolha de dados baseou-se essencialmente em observação, entrevistas e nas produções escritas dos alunos e da professora.

Verificou-se neste estudo que a professora valoriza bastante o momento de preparação de aulas, porque considera que é nesta fase que se tomam decisões que visam a escolha ou elaboração das tarefas, a seleção dos materiais didáticos bem como aspetos que têm a ver com a organização e funcionamento na sala de aula. Notou-se ao longo do estudo que quando propõe tarefas que envolvam a resolução de problemas, privilegia o manual adotado pela escola, embora reconheça que recorre a fichas de trabalho frequentemente, bem como a materiais manipuláveis e a tecnologia. Reconheceu ainda que não fez uso do computador porque considerava que os seus alunos tinham muitas dificuldades em utilizá-lo já que vinham do 1.º ciclo e não estavam habituados. O uso frequente de fichas de trabalho que foi evidente, foi justificado pela professora considerando que a utilização do manual durante o trabalho autónomo prejudicava a atividade dos alunos porque acabam por se distrair com aspetos do manual não relevantes para o trabalho em curso. Reconheceu também que em algumas ocasiões é necessário a utilização deste recurso para os alunos se habituarem a consultar a informação nele contido e a utilizar.

Verificou-se no estudo que os objetivos que a professora privilegia quando selecionava tarefas que envolvem a resolução de problemas visavam essencialmente a escolha de um problema que motivasse e promovesse a curiosidade dos alunos. Preferencialmente selecionava tarefas não rotineiras e ajustadas ao nível de conhecimentos dos alunos e que tinham a ver com o dia-a-dia dos alunos. Considera que a escolha de problemas desafiantes mobiliza raciocínios não habituais e desenvolve nos alunos competências a nível da resolução de problemas. Notou-se que um dos principais constrangimentos da professora estava relacionado com a escolha do problema que fosse de encontro aos interesses dos alunos. Ainda entre as principais dificuldades evidenciadas relacionadas com a preparação das aulas, está também a formação dos grupos de trabalho.

Em termos de prática em aula, os principais problemas identificados foram a gestão do tempo na resolução das tarefas, a promoção das interações aluno-aluno no momento do trabalho autónomo e a gestão dos momentos de discussão coletiva.

Nas atividades desenvolvidas pelos alunos, realizadas preferencialmente em par ou grupo, a professora valoriza o processo de resolução desenvolvido pelos grupos durante o trabalho autónomo, bem como a interação professor-aluno e aluno-aluno. No entanto, a interação professor-aluno foi a mais frequente. Reconheceu que existiam alguns constrangimentos que tinham a ver com a falta de hábitos de trabalho por parte dos alunos. Estas situações eram superadas solicitando maior envolvimento dos alunos nas tarefas. Apesar de, a professora utilizar com frequência a resolução de problemas como estratégia de ensino e aprendizagem reconheceu que a pressão que era exercida pela extensão do programa de Matemática colocava algumas dificuldades na sua prática. Verificou-se durante a investigação consistência entre aquilo que a professora propõe aos alunos e a atividade que estes desenvolvem na sala de aula.

Palavras – chave: ensino da Matemática, práticas de professores; resolução de problemas; segundo ciclo do ensino básico.

Abstract

This study aims to characterize and understanding the teaching practices of 2nd cycle of basic education mathematics teachers that involve problem solving. In this context, it seeks to answer the following questions: (1) How teachers prepare classes in which they intend to use problem solving tasks? While selecting those tasks what goals do they have in mind and what aspects of those tasks they value? What are the main constraints and difficulties they face? (2) How do teachers perform the management of the classes in which they use problem solving tasks? What moments do they value more while conducting these classes? What are the main constraints and difficulties do they face and how do they seek to overcome them?

The methodology used in the study, of qualitative interpretative character, used case study of ethnographical nature and data collection was primarily based on observation, interviews and the students and the teacher written productions.

In this study it was showed that the teacher fairly values class preparation, because she considers that it is in this phase that decisions concerning the selection or preparation of the tasks, and the selection of teaching materials are made, as well as aspects that have to do with organization and operation in the classroom. It was noted during the study that when she proposes tasks involving problem solving, she gives priority to the textbook adopted by the school, although she recognize that often uses worksheets, as well as manipulative materials and technology. She recognized that has not made use of the computer because she considered that their students had many difficulties in using it since they came from the 1st cycle and were not at easy to use it. The frequent use of worksheets that was evident, was justified by the teacher whereas the use of the textbook for self-employment hindered student activity because they end up being distracted by aspects in the textbook, that are not relevant for the work in progress. She also recognized that sometimes it is necessary to use this resource to promote the students to check and get the information contained in it and use it.

In the study it was verified that the objectives that the teacher emphasizes when selecting tasks involving problem solving, essentially aimed to problems to motivate and promote students' curiosity. Preferably she selected non-routine tasks that fits the level of knowledge of students and that had to do with the students everyday life. She considers that the choice of challenging problems mobilizes unusual reasoning's and develops students' skills in terms of problem solving. It was noted that one of the main constraints of the teacher was related to the choice of problem in line with the interests of students. Still among the emerged main difficulties related to the preparation of lessons is also the formation of working groups.

In terms of class practice, the main problems identified were time management in solving the tasks, promoting student-student interactions during autonomous work and the management of moments of collective discussion.

In the activities developed by the students, carried out preferably in pair or group, teacher values the resolution process developed by groups during the autonomous work, as well as the teacher-student and student-student interactions. However, teacher-student interaction was the most frequent. She acknowledged that there were some constraints that had to do with the lack of work habits of the students. These situations were overcome requesting greater involvement of students in tasks. Although, the teacher often use problem solving as a teaching and learning strategy, she acknowledged that the stress caused by the extension of the mathematics program posed some difficulties in practice. During the investigation it was verified consistency between what the teacher asks students to do and the activity that they develop in the classroom.

Keywords: teaching of mathematics, teacher practices; problem solving; second cycle of basic education.

ÍNDICE

Resumo	iv
Abstract.....	vi
CAPÍTULO I – APRESENTAÇÃO DO ESTUDO	1
Problema do estudo: objetivos e questões.....	1
Pertinência e motivação do estudo	3
 CAPÍTULO II – ENQUADRAMENTO TEÓRICO	 7
Conceito de problema e de resolução de problema	7
A resolução de problemas no currículo de Matemática.....	10
Funções dos problemas no ensino da Matemática	12
Perspetivas sobre a resolução de problemas	13
Práticas de professores.....	16
A resolução de problemas no ensino e aprendizagem da Matemática	20
 CAPÍTULO III – METODOLOGIA	 26
Opções metodológicas gerais	26
Participantes na investigação.....	29
Relação investigador – Participante.....	31
Instrumentos de recolha de dados	32
Análise de dados.....	40
 CAPÍTULO IV – A PROFESSORA ADRIANA	 43
Apresentação da professora	43
Preparação das aulas	48
As aulas	55

CAPÍTULO V – CONCLUSÕES99

Conclusões 99

Reflexão e implicações para minha prática e para futuras investigações 113

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS.....116

ANEXOS

Anexo 1 121

Anexo 2 122

Anexo 3 123

Anexo 4 124

Anexo 5 126

Anexo 6 127

Anexo 7 128

Anexo 8 129

Anexo 9 131

Anexo 10 133

Capítulo I - Apresentação do estudo

A escola representa por excelência o lugar adequado para a realização das aprendizagens dos alunos, particularmente no que se refere às disciplinas curriculares. Por isso, é da responsabilidade dos professores a recolha de materiais, planificação das atividades e aplicação de tarefas que visam a concretização das aprendizagens dos alunos. A articulação destes fatores depende da interação que se estabelece entre professor/alunos e alunos/alunos. Debruçando-me sobre as práticas de professores de Matemática do 2.º ciclo do ensino básico, especificamente, no que diz respeito à resolução de problemas, é minha intenção através deste estudo, descrever e analisar práticas de ensino da Matemática, que recorrem à resolução de problemas.

Problema do estudo: objetivos e questões

O anterior e o atual programa de Matemática do 2.º Ciclo, de 2007 e 2013 respetivamente, incluem a resolução de problemas nas suas propostas, ainda que com valorizações e perspetivas diferentes. O primeiro dando-lhe maior visibilidade como uma das capacidades transversais da aprendizagem da matemática e valorizando o seu papel na construção dos conhecimentos pelos alunos, e o segundo, apresentando-a sobretudo como contexto de aplicação de conhecimentos. Reconhece-se todavia a importância que deve ser atribuída à resolução de problemas, ao longo da gestão dos conteúdos temáticos estabelecidos no programa, cabendo por isso ao professor a organização, dinamização e avaliação das tarefas, que visam a aprendizagem da resolução de problemas, por parte dos alunos.

No Programa de Matemática anterior ao que agora vigora (ME, 2007), a resolução de problemas *“é vista como uma capacidade matemática fundamental, considerando-se que os alunos devem adquirir desembaraço a lidar com problemas matemáticos e também com problemas relativos a contextos do seu dia-a-dia e de outros domínios do saber. Trata-se de ser capaz de resolver e de formular*

problemas, e de analisar diferentes estratégias e efeitos de alterações no enunciado de um problema. A resolução de problemas não só é um importante objectivo de aprendizagem em si mesmo, como constitui uma actividade fundamental para a aprendizagem dos diversos conceitos, representações e procedimentos matemáticos” (p.8).

O modo como é orientada a aprendizagem de conceitos matemáticos, bem como a realização de atividades práticas, com a utilização de algoritmos das operações matemáticas, a realização de exercícios para a automatização de cálculo mental, e a resolução de problemas, diferem de professor para professor.

O professor de Matemática, na qualidade de “*educador matemático*” deve conceber a matemática como “*meio*” ou “*instrumento*” que privilegia a formação intelectual e social de crianças, jovens e adultos (Fiorentini & Lorenzato, 2006). Por esta razão, é fundamental a constante atualização do professor a nível científico, bem como pedagógico e didático para que as suas práticas sejam enriquecidas e torná-lo um agente reflexivo da sua prática letiva.

Estes aspetos estão subjacentes às experiências de cada professor, mas que por sinal são elementos fundamentais que permitem o seu desenvolvimento profissional.

O estudo que desenvolvemos tem como objetivo caracterizar e compreender as práticas de ensino de professores de Matemática do 2.º ciclo do ensino básico que envolvem a resolução de problemas.

Considerando este objetivo de estudo, formularam-se as questões seguintes:

- Como preparam os professores as aulas em que preveem utilizar tarefas que envolvem a resolução de problemas? Na seleção destas tarefas que objetivos têm em mente e que aspetos dessas tarefas valorizam? Quais os principais constrangimentos e dificuldades com que se debatem?
- Como é que os professores efetuam a gestão das aulas em que recorrem à resolução de problemas? Que momentos valorizam mais na condução dessas

aulas? Quais os principais constrangimentos e dificuldades enfrentam e como as procuram superar?

Pertinência e motivação do estudo

Este trabalho insere-se no âmbito das práticas dos professores de Matemática do 2.º ciclo do ensino básico, sobre a resolução de problemas. Não é possível dissociarmos as práticas dos professores das concepções que os mesmos possuem. Estas práticas seriam “cegas” se não tivessem alguma relação com as suas concepções sobre ensino da Matemática, no caso que nos interessa, sobre a resolução de problemas.

A investigação centrada nas concepções dos professores tem merecido a atenção dos investigadores matemáticos (Carrillo e Contreras, 1994; Gatuso e Mailloux, 1994; Pehkoken, 1993; Thompson, 1982, 1984, 1992). Em Portugal a valorização da investigação atribuída às práticas de professores de Matemática foi impulsionada pelo trabalho pioneiro de Guimarães (1988) que contribuiu para a realização de outros estudos (Azevedo, 1993; Canavarro, 1993; Delgado, 1993; Ponte, 1992, 1994^a, 1994b; Ribeiro, 1995; Vale, 1993) e trabalhos mais recentes de (Guimarães, 2003; Silva, 2001).

Com base nos estudos realizados, Menezes (1995) considera que a prática deixou de ser vista como uma “aplicação pura e simples da teoria” (p.11). Contudo, o modo como as concepções e práticas se relacionam não é consensual na comunidade de investigadores em Educação Matemática. Ou seja, qual delas é que exerce maior influência sobre a outra? Por isso, alguns autores como Lerman (1983) e Ernest (1991), citados por Canavarro (1993) consideram que existe uma “relação quase linear entre as concepções e práticas” (p.40), visto que acreditam que as concepções sobre a Matemática e sobre os processos de ensino e de aprendizagem desta disciplina exercem um papel determinante no modo como os professores orientam as suas práticas pedagógicas. Esta relação de causa-efeito não é partilhada por outros autores. Canavarro (1993) sugere que “se as concepções determinassem as práticas seria de esperar encontrar uma acentuada consistência entre estes dois domínios de

pensamento e acção" (p. 41). A autora acrescenta que a investigação tem "trazido à luz casos onde são as incongruências que marcam a relação" (p. 41), e realça que "quando se consideram as concepções relativamente ao ensino e aprendizagem da Matemática que os professores manifestam, a questão da relação com as respectivas práticas tem que ser encarada de uma forma mais complexa" (p. 42), pelo facto de verificar-se na maioria dos estudos uma inconsistência entre as concepções e práticas.

Num estudo realizado por Thompson (1982) sobre as concepções dos professores de Matemática e a sua relação com prática letiva, concluiu que "as concepções dos professores sobre a Matemática e seu ensino, independentemente de estarem ou não conscientemente estabelecidas, desempenham um papel significativo, embora subtil, na formação do comportamento instrucional dos professores" (p.269). A autora, reconhece que este tipo de análise deve ser acautelado, devido à complexidade das relações entre as concepções e práticas.

É de realçar que, apesar do crescente incremento da investigação que tem sido desenvolvida no domínio das concepções e práticas, verifica-se que, até há cerca de 20 anos os estudos sobre concepções eram predominantes em relação aos estudos sobre as práticas de ensino. Este aspeto é reforçado por Canavarro (1994) ao afirmar que "Se a literatura sobre concepções é relativamente abundante, o mesmo não se pode dizer em relação às práticas dos professores. De facto, não é fácil encontrar documentos do âmbito da Educação Matemática que incluam uma conceptualização desse conceito" (p. 28). A autora chama *práticas pedagógicas* ao conjunto de ações que o professor desenvolve no seu dia-a-dia profissional – embora considera que essas ações têm como palco a sala de aula. Nas ações desenvolvidas pelo professor inclui os procedimentos repetitivos e mais ou menos previsíveis (os "hábitos" e as "rotinas") e exclui os acontecimentos "esporádicos" e "pontuais", pois estes "não caracterizam a forma como [o professor] vive o ensino" (p. 28). Canavarro (1994), distingue as concepções das práticas, relacionando as primeiras com o "pensar" e as segundas com o "fazer".

Perrenoud (1993), referindo-se às práticas da sala de aula, a que chama de pedagógicas, defende que estas não podem ser concebidas como "uma mera concretização de receitas ou esquemas de ação" (p. 35). O autor acrescenta que

perante as situações que ocorrem na sala de aula – classificadas como rotineiras (suficientemente habituais) e novas (situações novas ou pouco habituais) – o professor aborda-as “a partir do conjunto de esquemas mais ou menos conscientes de que dispõe, esquemas de ação mas também de percepção, de avaliação, de pensamento” (p. 38). A principal diferença na abordagem dos dois tipos de situações é que, nas habituais, o professor toma decisões que, basicamente, correspondem a esquemas que já possui, isto é, a acomodação é mínima. No segundo caso, confrontando com situações razoavelmente novas, o professor não dispõe de nenhum esquema pronto a usar e, por isso, deve “ajustar os esquemas disponíveis, coordená-los de uma maneira original” (p. 39). O autor conclui afirmando que a ação do professor na aula oscila entre a “rotina” e a “improvisação regulada”.

Os estudos sobre as práticas de professores são fundamentais para o desenvolvimento da atividade profissional dos professores, no domínio do conhecimento científico, conhecimento pedagógico e didático. Contribuem para uma melhor reflexão sobre o que se produz e o que se pretende no contexto de sala de aula, servindo de base para à alteração das chamadas práticas de ensino “*rotineiras*” para práticas de ensino “*inovadoras*”.

Nas Normas Profissionais do NCTM (1994), destaca-se que “os professores são os principais protagonistas da mudança dos processos pelos quais a Matemática é ensinada e aprendida nas escolas” (p. 2). Na perspetiva de Lester (1980b) o conhecimento na área da resolução de problemas é pequeno, em relação a sua importância. Esta ideia é reforçada por Schroeder e Lester (1989), ao considerarem a resolução de problemas como sendo a parte do currículo de Matemática sobre a qual mais se tem falado e escrito, mas que na prática continua a ser a menos compreendida. Para Silver (1985) há questões que continuam sem resposta: “O que é que acontece nas salas de aula onde se ensina os alunos a resolver problemas? Poder-se-ão observar características comuns em aulas bem sucedidas?” (p. 256).

Grows (1985) afirma: “Não sabemos como é que os professores conceptualizam a resolução de problemas nem como tentam ensiná-los” (p. 797). O autor fundamenta

a sua afirmação pelo facto da ausência de literatura que analisa a prática diária do ensino da resolução de problemas, em contexto de sala de aula.

Gimeno (1995) realça a necessidade que deve ser atribuída ao conceito de práticas no contexto educativo, uma vez que “a actividade dos professores não se circunscreve [à] prática pedagógica visível” (p. 68). Ou seja, não se limita única e exclusivamente ao processo de ensino-aprendizagem, e fundamenta esta abrangência do conceito de “prática” pelo facto de existirem múltiplos e diversos factores que influenciam a prática didática. Na perspetiva do autor, as práticas educativas, subdividem-se em práticas institucionais (relacionadas com o modo de funcionamento do sistema escolar), em práticas organizativas (relacionadas com o modo de funcionamento da escola) e em práticas didáticas (da responsabilidade dos professores, sendo estas realizadas dentro ou fora da sala de aula).

A prática do professor, como muitos estudos já evidenciaram, são influenciadas pelas suas concepções — “Poucos discutirão que as crenças que os professores possuem influenciam as suas percepções e os juízos que fazem, os quais, por sua vez, afectam o seu comportamento na aula, ou que é essencial compreender as estruturas das crenças dos professores, ou dos futuros professores para melhorar a sua preparação profissional e as suas práticas de ensino (Pajares, 1992, citado em Guimarães, 2003, p.5) e, também por isso, pelas indicações que pode dar sobre essas concepções, o seu estudo é importante.

Considerando os argumentos e perspetivas de vários investigadores e educadores matemáticos acima referenciados, decidimos escolher como foco da nossa investigação a prática didática (aquilo que o professor desenvolve e executa fora e dentro da sala de aula) que envolve a utilização da resolução de problemas.

Capítulo II – Enquadramento teórico

Neste capítulo iremos abordar os principais conceitos relacionados com a problemática da investigação, como também fazer referência a alguns estudos empíricos nesta área, por forma a proporcionar outros elementos que se enquadrem teoricamente no estudo realizado, em particular no que se refere à resolução de problemas e sua utilização em contexto da sala de aula.

Conceito de problema e de resolução de problemas

Dir-se-ia que é, há muito, reconhecida a importância dos problemas e da resolução de problemas no âmbito do processo de ensino e de aprendizagem da Matemática e, igualmente, de forma bastante generalizada, as dificuldades que muitos alunos têm quando lidam com os problemas e a sua resolução.

Assim, é necessário procurar identificar o que está na origem das dificuldades dos alunos e procurar compreendê-las; ou seja, há que procurar saber quais os aspetos da Matemática que são ou não privilegiados pelos professores, que tipo de atividades que os professores desenvolvem no contexto da sala de aula, qual o peso que é dado à resolução de problemas e como ela é integrada e trabalhada em aula com os alunos e procurar saber de que forma os professores proporcionam aos alunos experiências adequadas de resolução de problemas.

Para Fernandes (1992), as limitações dos estudos realizados não permitem, na maioria dos casos, “a dedução ou a indução de asserções suficientemente credíveis que possam contribuir para o desenvolvimento de uma teoria da resolução de problemas” (p.46). Lester (1983, 1985, citado por Fernandes, 1992), partilha a mesma linha de pensamento, considerando que apesar da investigação em resolução de problemas, levada a cabo no âmbito da educação Matemática, se ter tornado menos caótica, reconheceu que a sua natureza não-teórica era um reflexo da falta de orientação da investigação de cariz psicológica. O autor advoga ainda que é difícil sintetizar os

resultados da investigação a nível da resolução de problemas devido à falta de consenso relativamente ao conceito de 'problema', à forma como se deve medir o desempenho em resolução de problemas e à identificação das tarefas e variáveis a estudar.

A declaração Mundial sobre Educação para Todos da UNESCO (1990), "indica explicitamente a resolução de problemas como um dos instrumentos de aprendizagem essenciais (ao lado de outros como a leitura, escrita e o cálculo) e refere que além dos conhecimentos, também as capacidades, valores e as atitudes constituem conteúdos básicos da aprendizagem" (p.18). No mesmo documento, são expressas as competências dos dois tipos – conhecimentos de termos, factos e procedimentos, por um lado, e a capacidade de raciocinar e resolver problemas, por outro, que se desenvolvem ao mesmo tempo, apoiando-se umas às outras.

Almeida (2005, referenciando Santucci, 2000), a propósito da resolução de problemas, considera que "o problema nasce de estado de ansiedade, de uma condição de desejo, da percepção de uma carência" (p.40). Para Vidal (1971), o conceito de problema é entendido como uma situação na qual um humano sente uma falta, uma dificuldade, um mal-estar, uma insatisfação, uma frustração.

Almeida (2005), sugere como conceito de problema "aquilo que é desconhecido, e sobre o qual se fará uso das informações que recebemos e armazenamos. E tudo o que seja feito no sentido de alcançar aquilo que, pelo menos, num dado instante anterior era desconhecido, é a resolução de problema" (p.41). Kahney (1993, referenciado por Almeida, 2005), considera que "o que quer que seja feito para alcançar a finalidade é resolução de problemas" (p.41).

Pólya (1945,1977), comungando a mesma perspetiva, considera que estamos na presença de problema quando perante uma finalidade estabelecida, o modo de a alcançar não é imediatamente óbvio. Realçamos, deste modo, a proposta de Pólya (1981) para classificar problemas [escolares]: (1) os problemas resolúveis pela aplicação mecânica de uma regra acabada de apresentar ou de discutir; (2) problemas de aplicação com alguma possibilidade de escolha, possíveis de resolver pela aplicação de uma regra ou procedimento antes ensinado, mas que requerem

que o resolvidor faça uso de um juízo; (3) problemas de escolha de uma combinação que requerem que o resolvidor combine duas ou mais regras, ou exemplos dados na aula; e (4) problemas de abordagem a um nível de pesquisa, referente a um tipo de problemas que requer uma nova combinação de regras ou de exemplos, mas que têm tantas ramificações que implicam um alto grau de independência e uso de raciocínio plausível. Analisando as perspectivas dos autores, podemos acrescentar que estamos na presença de um problema, quando existe a necessidade de recorrermos a diversos conceitos matemáticos apreendidos para aplicá-los a novas situações e a partir destes estabelecermos conjecturas que visam a resolução do problema, isto é, encontrar uma solução.

Num estudo realizado por Cooney (1985), em que examinou as crenças do Fred, um professor de Matemática à propósito da resolução de problemas, durante o estágio nos primeiros três meses de ensino. Fred considerava que a resolução de problemas era “a essência da Matemática”, que o foco principal desta disciplina era o ensino das heurísticas; distinguia problemas de aplicações. No entanto, as suas explicações eram vagas quando lhe era solicitado exemplos e pormenores, ao ponto de não conseguir identificar problemas específicos, aplicações ou técnicas para ensinar a resolver problemas. Ele não dava grande atenção ao aspeto prático e à utilidade da Matemática, do mesmo modo que não atribuía grande importância ao facto das situações serem ou não ligadas à vida real.

Do ponto de vista do Fred as aplicações eram vistas como uma oportunidade para enfatizar às heurísticas, podendo ser utilizadas para resolver problemas. O professor participante do estudo, considerava que os alunos aprendem melhor quando têm motivação para a Matemática, logo, uma das obrigações do professor era motivar os alunos, podendo ser feita através de problemas recreativos, curiosidades ou enigmas, a melhor maneira de o fazer. Acrescentou ainda que no início das aulas gostava de apresentar um problema, “antes de ir aos factos”, ou para preencher um tempo que lhe tinha sobrado.

Para Cooney (1985), a concepção que Fred tinha de motivação estava associada a uma questão de captar a atenção dos alunos, “agarrar os alunos, antes de entrar propriamente no assunto” (p. 333).

Apesar de advogar que a resolução de problemas era a essência da Matemática, Cooney (1985) afirma que este professor parecia interpretar a resolução de problemas como uma técnica de apresentação de problemas interessantes com o fim de captar o interesse dos alunos, como se os problemas estivessem dissociados dos conteúdos matemáticos. A sua concepção de problema limitava-se a problemas extracurriculares.

Na perspectiva do autor, o conteúdo é considerado insípido e é visto como “um conjunto de verdades que devem ser aceites pelos alunos” (p.335) de uma forma não problemática a resolução de problemas é vista como “a cobertura de um bolo, talvez uma cobertura espessa, mas apesar de tudo uma cobertura e não um ingrediente, que como o açúcar possa estar homogeneamente misturado no bolo” (p.335).

A resolução de problemas no currículo de Matemática

Para Domingos Fernandes et. al. (1994, p. 128) “de uma maneira geral, a complexidade sintática de um problema pode variar sem haver mudanças no que diz respeito ao seu conteúdo curricular e contexto sem afetar a sua estrutura Matemática.” Os autores consideram, a propósito, “que a aplicação da Matemática a situações da realidade envolve a construção e utilização de modelos matemáticos” (p. 67). Neste quadro referencial, a resolução de problemas no currículo levam-nos para o campo da operacionalização de conteúdos programáticos sendo certo de que a partir de uma situação problemática passa-se a um problema a partir do levantamento de questões acerca dessa situação.

Segundo Fernandes et al. (1994), Keith Selkirk (1981) “relata sinteticamente o que tem sido o ensino da resolução de problemas em Inglaterra e apresenta uma caracterização de quatro tipos de problemas (problemas de ação, possíveis, curiosos e dúbios). Para este autor, o desenvolvimento do currículo de matemática tem que necessariamente ter

em conta todas as outras disciplinas. Nesta perspetiva, a resolução de problemas é vista como uma atividade de características marcadamente transversais relativamente a outras disciplinas tais como a Física ou Geografia” (p. 7). Paulo Abrantes, Leonor Cunha Leal e Eduardo Veloso (referenciados por Fernandes et. al., 1994) baseados numa experiência de inovação curricular consideram que “a resolução de problemas deve ser intrínseca a toda a aprendizagem, e consequentemente, devidamente articulada com o ambiente de trabalho e com a natureza das atividades desenvolvidas pelos alunos” (p. 8). Segundo Fernandes et. al. (1994, p. 19), “até à data não se desenvolveu nenhum programa de Matemática que responda adequadamente à questão de tornar a resolução de problemas o foco central do currículo”. Neste âmbito, concluímos que embora a ideia de que a resolução de problemas deve ter um papel preponderante no currículo esteja largamente disseminada, não tem havido indicações claras de como a tornar parte integrante desse mesmo currículo. Neste quadro de análise, à resolução de problemas, trata-se de uma atividade que requer que um indivíduo se envolva numa variedade de ações cognitivas, cada uma das quais exigindo algum conhecimento de conceitos matemáticos já estudados e capacidades não cognitivas. Fernandes e outros (1994) afirmam que “a resolução de problemas é uma forma extremamente complexa de desafio que envolve muito mais do que um simples recordar de fatores para aplicação de procedimentos bem aprendidos. Aliás, segundo os mesmos autores, o desempenho em relação a resolução de problemas parece ser uma função de pelo menos cinco categorias alargadas e interdependentes de fatores: (1) aquisição e utilização de conhecimentos; (2) controlo; (3) concepções; (4) fatores de domínio afetivo; e (5) contexto sócio-culturais” (p. 26).

João Filipe Matos *in* Fernandes e outros (1994) considera que “a resolução de problemas constitui uma das orientações curriculares para o ensino da matemática com maior aceitação quer pelos professores quer pelos educadores matemáticos e tem sido sublinhada em diferentes momentos com diferentes intensidades” (p. 65). Na obra sobre Renovação do Currículo de Matemática (APM, 1990, p. 19) destaca-se que “mudar os conteúdos de um currículo não significa mudar o ensino”, ou seja, não basta mudar o currículo para que o ensino e a aprendizagem da Matemática se modifiquem. Para que ocorram alterações nas práticas de ensino dos professores é primordial que

estes se apropriem de ferramentas decorrentes das alterações ocorridas a nível do currículo e as mobilizem na prática com os seus alunos.

Funções dos problemas no ensino da Matemática

As funções dos problemas inserem-se a nível dos objetivos definidos para o ensino e aprendizagem da matemática, bem como na forma como o professor interpreta, organiza e orienta a atividade de resolução de problemas em contexto de sala de aula. Falando, especificamente, da resolução de problemas no âmbito da educação matemática é possível o seu aprofundamento a partir da análise dos possíveis papéis que a resolução de problemas pode desempenhar a nível do currículo.

Borrvalho (1991) identifica três funções para os problemas no ensino da matemática, realçando que elas não existem isoladas uma das outras e que um problema, na maior parte dos casos, pode desempenhar diferentes funções. O autor designa-as por *função de ensino*, *função educativa* e *função de desenvolvimento*.

Segundo o autor, na *função de ensino* “a proposta de um problema a um aluno é a oportunidade para que este se confronte com uma situação matemática, na qual se incluem determinados conhecimentos sob a forma de termos ou expressões matemáticas, relações quantitativas, operações matemáticas, etc., que são necessários aplicar ou realizar para obter as respostas” (p.13). É a partir destes procedimentos que os problemas cumprem a sua função de ensino.

Na perspetiva de Borrvalho (1991), a *função educativa* dos problemas tem como objetivo a formação da personalidade do aluno e engloba o promover um posicionamento ativo e crítico face aos fenómenos e factos naturais e sociais, a sensibilização para a importância da matemática no seu desenvolvimento pessoal e o fomentar atitudes positivas face ao trabalho em geral e à resolução de problemas em particular.

A *função de desenvolvimento* tem a ver de forma específica com o papel da resolução de problemas no “desenvolvimento intelectual do aluno e, essencialmente, na formação do seu pensamento” (p.14). Borrvalho (1991) refere ainda, que a formação do pensamento ganha um relevo especial quando desenvolve nos alunos capacidades de

autoaprendizagem. Analisando a linha de pensamento do autor consideramos que pode e deve ocorrer na e durante a prática letiva dos professores.

Se estas três funções forem consideradas coletivamente e articuladas de uma forma sólida, quer entre si, quer relativamente ao currículo de matemática, podem proporcionar um ensino e aprendizagem que visam a formação integral dos alunos.

Perspetivas sobre a resolução de problemas

Para Ernest (1991), as possíveis interpretações de “problemas e investigações” e do seu papel no ensino da matemática, são apresentadas em três conjuntos de perspetivas:

. *Rejeição da resolução de problemas*: esta perspetiva é baseada na ideia de que a matemática escolar é orientada pelo conteúdo matemático, e que a sua função central é incutir competências matemáticas básicas. Os problemas são considerados sem valor, um desperdício de tempo que deveria ser utilizado em ‘trabalho importante’.

. *Incorporação dos problemas como conteúdo*: esta perspetiva considera os problemas como um conteúdo adicional a ser ‘somado’ a um currículo guiado pelo conteúdo matemático. Os problemas são considerados objetos de pesquisa utilizados para enriquecer o ensino, e não numa perspetiva de processo de aprendizagem ou como uma abordagem pedagógica a adotar no ensino e aprendizagem da matemática. Particularmente, é ignorada a dimensão da formulação de problemas.

. *Resolução de problemas como pedagogia*: aqui, a resolução de problemas é considerada não como um acréscimo ao currículo de matemática, mas, simultaneamente, em termos de processo de aprendizagem e de abordagem pedagógica a adotar na sala de aula para todo o currículo.

Esta pedagogia interessa-se pelo papel do ser humano na produção de conhecimento, considerando indispensável incorporar totalmente, no currículo, todas as dimensões do

processo de resolução de problemas, entre as quais a formulação de problemas que é olhada como uma vertente fundamental; ela reconhece que o trabalho de grupo e a discussão facilitam a investigação de situações problemáticas, e reserva ao professor o papel quer de gerir os recursos e ambientes educativos em que os alunos aprendem, quer de encorajar os alunos a explorarem situações matemáticas e a formularem e prosseguirem com as suas próprias investigações.

Na resolução de problemas como pedagogia, Ernest (1991), distingue duas vertentes. Na primeira vertente a ênfase é posta nos alunos e nos seus interesses e não no contexto social em que vivem e estudam. Segundo o autor, com esta ênfase é provável que o conjunto de temas a ser trabalhados se restrinja a situações puramente matemáticas, ou a tópicos sem considerar questões políticas. Enquanto que na segunda vertente procura-se encorajar o pensamento crítico do aluno através do questionamento do conteúdo do curso, pedagogia e avaliação. Aqui, muitas das situações para investigação são baseadas em materiais que têm a ver com o contexto em si, como sejam, por exemplo, jornais, estatísticas oficiais e problemas sociais.

Outros autores como Stanic e Kilpatrick (1990) destacam também a existência de diferentes perspetivas sobre o papel que a resolução de problemas tem desempenhado a nível do currículo escolar de matemática. Estas perspetivas, emergem a partir de uma abordagem histórica que analisa a resolução de problemas no currículo desde os antigos egípcios até ao presente, e são agrupadas em três temas gerais, nomeadamente:

- *resolução de problemas como contexto;*
- *resolução de problemas como competência;*
- *resolução de problemas como arte.*

. *Resolução de problemas como contexto:* Aqui, os problemas e a sua resolução são considerados meios para atingir outras finalidades consideradas importantes. Os autores incluem os cinco subtemas seguintes:

. *Resolução de problemas como justificação:* os problemas são incluídos no currículo em parte para justificar o ensino da matemática. Para os autores,

provavelmente, e pelo menos alguns problemas relacionados com experiências do mundo real, foram incluídos no currículo para mostrar a professores e alunos o valor da matemática.

. *Resolução de problemas como motivação*: essencialmente, o objetivo é interessar os alunos pelo ensino de determinados conteúdos matemáticos. Por exemplo, a apresentação de um problema envolvendo a adição, com o objetivo de introduzir um conjunto de aulas destinadas à aprendizagem do algoritmo mais eficiente para adicionar números.

. *Resolução de problemas como recreação*: este subtema está relacionado com o da motivação, na medida em que também se procura interessar os alunos. É de realçar, que os problemas são apresentados não tanto para motivar os alunos a aprenderem algo, mas o que se procura é, antes de mais, que os alunos se divirtam com a matemática enquanto requisito assimilado e aprendido.

. *Resolução de problemas como veículo*: os problemas não servem apenas para motivar os alunos a interessarem-se pelo ensino direto de um determinado assunto, mas constituem um veículo através do qual pode ser aprendido um novo conceito ou competência. Por exemplo, um currículo construído, exclusivamente, por problemas, reflete a presença deste subtema.

. *Resolução de problemas como competência*: a resolução de problemas é considerada como uma das diversas competências a ser ensinada na escola.

A resolução de problemas não pode ser encarada como tendo uma hierarquia de competências a ser adquiridas pelos alunos porque se assim for, pode trazer consigo algumas consequências relativamente ao papel da resolução de problemas no currículo de matemática. Para Stanic e Kilpatrick (1990), na competência geral de resolução de problemas, estabelecem-se distinções hierárquicas entre problemas rotineiros e não rotineiros. De acordo com esta ideia, a aprendizagem da resolução de problemas não rotineiros segue-se à aprendizagem da resolução de problemas rotineiros, que, por sua vez, só acontece após os alunos terem aprendido outras competências e conceitos básicos. Assim, a resolução de problemas não rotineiros torna-se, como referem os

autores, “numa actividade apenas para os alunos especialmente capazes, mais do que para todos os alunos” (p.15).

. *Resolução de problemas como arte*: neste caso, os mesmos autores destacam que é uma perspetiva mais profunda e compreensiva do papel da resolução de problemas no currículo escolar de matemática, que surge dos trabalhos de George Pólya. Os trabalhos desenvolvidos constituem uma referência fundamental na investigação sobre a temática da resolução de problemas, ao realçarem, nomeadamente, que resolver problemas não é uma atividade que se realiza sem alguma preparação prévia, mas sim, requer o cumprimento de determinados procedimentos que antecedem a sua aplicação no contexto de sala de aula para que seja possível, em contextos escolares, ajudar os alunos a desenvolver a capacidade de resolução de problemas.

Práticas dos professores

Inicialmente as investigações realizadas em Portugal e no estrangeiro, debruçavam-se fundamentalmente no estudo das concepções dos professores, ou seja, sobre o “pensamento dos professores” como demonstraram estudos realizados por (Azevedo, 1993; Canavarro, 1993; Correia, 1995; Guimarães, 2003; Ponte, 1992; Ribeiro, 1995; Thompson, 1982) embora alguns deles também com a consideração das suas práticas. No entanto, as investigações foram evoluindo no sentido de procurar perceber o que de facto ocorre na prática letiva dos professores em contexto de sala de aula acerca da resolução de problemas, dando deste modo importância do estudo das práticas do professor, como os que foram realizados por (Almeida, 2005; Delgado, 1993; Guimarães, 1988; Neves, 1996; Porfírio, 1993; Serrazina, 1993; Silva, 2001; Vale, 1993). Estes estudos procuravam a teorização sobre práticas, o que de concreto ocorre no contexto de sala de aula. Canavarro (1994) a propósito da existência de pouca literatura sobre práticas no âmbito da Educação Matemática, refere o seguinte:

“Se a literatura sobre concepções é relativamente abundante, o mesmo não se pode dizer em relação às práticas pedagógicas dos professores. De facto, não é fácil

encontrar documentos do âmbito da Educação Matemática que incluam uma conceptualização profunda desse conceito” (p.28).

A autora procura caraterizar as práticas do professor, considerando as práticas pedagógicas como “um conjunto das ações que o professor desenvolve no seu dia-a-dia profissional (contexto de sala de aula). Nestas ações estão presentes os actos repetitivos e mais ou menos previsíveis (os ‘hábitos’ e as ‘rotinas’) e exclui os acontecimentos ‘esporádicos’ e ‘pontuais’, na medida em que estes, “não caracterizam a forma como o [professor] vive o ensino” (p.28).

No caso de Portugal, os estudos que se tem realizado nos últimos anos, mostram relativamente ao conceito de *práticas*, apesar de haver algum consenso entre os autores, falta de maior discussão teórica sobre o mesmo. Esta visão é também partilhada por Correia (1995) quando refere que: “Um sintoma que parece ser revelador dessa reduzida discussão é, por um lado, a utilização de um vasto leque de expressões para referenciar as práticas dos professores e que, aparentemente, são tomadas como sinónimos; por outro, a utilização da mesma expressão para denominar fenómenos diferentes” (p.10). O autor destaca algumas das expressões mais frequentes, utilizadas em investigações realizadas em Portugal, como por exemplo: *prática pedagógica* ou, simplesmente, *práticas*. Recorre ainda a mais expressões de outros autores, tais como: “*práticas de ensino* (Canavarro, 1993; Vale 1993); *práticas de sala de aula* (Vale, 1993); *práticas lectivas* (Canavarro, 1993); *acções e decisões* (Canavarro, 1993; Ponte, 1992)” (p.10).

Perrenoud (1993, referenciado por Correia, 1995) ao fazer alusão às práticas de sala de aula, a que o autor designa de pedagógicas, advoga que não devem ser entendidas como “uma mera concretização de receitas ou esquemas de ação” (p.11). O autor acrescenta que perante as situações que ocorrem na sala de aula – classificadas como rotineiras (*suficientemente habituais*) e novas (*situações novas ou poucos habituais*) – o professor aborda-as “a partir do conjunto de esquemas mais ou menos conscientes de que dispõe, esquemas de acção mas também de percepção, de avaliação, de pensamento” (p.11). No entanto, o autor estabelece diferenças existentes entre as duas situações: “é que nas habituais, toma decisões

que não são mais do que esquemas que já possui, isto é, acomodação mínima. No que diz respeito às situações novas, o professor não dispõe de nenhum esquema pronto a usar e, por isso, deve ajustar os esquemas disponíveis, coordená-los de modo original” (p.11). Perrenoud (1993, referenciado por Correia, 1995), afirma ainda que “a ação do professor na aula oscila entre a “rotina” e a “improvisação regulada” (p.11).

O autor apresenta duas situações que aparentemente são distintas, mas que na prática (concretização das estratégias de aprendizagem) não funcionam de forma isolada, visto que, para haver alguma “improvisação regulada” o professor precisa de recorrer aos conhecimentos que possui sobre os conteúdos que aborda e a sua experiência didático-pedagógica sobre a disciplina que leciona.

Numa investigação que estudou o percurso de dois alunos de uma Escola Superior de Educação, futuros professores de Matemática do 2.º ciclo do ensino básico, a partir do último ano da sua formação inicial e prolongando-se pelo primeiro ano de exercício da sua docência, cujos resultados foram divulgados por Fernandes e Vale (1994), em que o principal objeto do estudo centrou-se nas conceções e práticas dos participantes face à resolução de problemas de Matemática e seu ensino. O professor Rui privilegiava claramente a Matemática dos cálculos em detrimento da Matemática do raciocínio. O seu recurso, nas aulas, à prática de exercícios rotineiros, desligados da realidade, também contradiz a visão que havia defendido enquanto aluno: “a Matemática é interessante e absorvente quando nos ajuda a explicar fenómenos do dia-a-dia, quando tem aplicação prática, mas é aborrecida quando se limita a conteúdos desligados da realidade” (p.155). Apesar de tanto no primeiro ano do estudo como no segundo o Rui ter atribuído sempre grande importância ao ensino da resolução de problemas, ao papel do professor como orientador do desenvolvimento dos alunos e ao ensino de estratégias de resolução, parece não ter contemplado nas suas aulas qualquer destes aspetos. De facto, não se pode dizer que tenha abordado a resolução de problemas de forma sistemática e planeada. Na qualidade de professor o seu papel nas aulas observadas foi muito mais o de um transmissor de conhecimentos do que um orientador que levasse os alunos à descoberta. Como professor o Rui argumentou que problemas desligados dos conteúdos poderiam desmotivar os alunos.

Segundo a Maria participante do estudo, manifesta uma ideia consistente na sua visão de que a Matemática e a resolução de problemas contribuem para o desenvolvimento do raciocínio. A professora deu particular ênfase a atividades em que os alunos tivessem que pensar e descobrir factos, significados de conceitos e procedimentos. A Maria contemplou largamente a resolução de problemas nas suas aulas apesar de ser ainda pouco experiente, apesar das condições objetivas não serem muito favoráveis e apesar daquilo a que chamou “falta de tempo para cumprir o programa” (p. 160). Esta professora foi capaz de diversificar o tipo de problemas utilizados e de envolver a grande maioria dos alunos na resolução. Por outro lado, revelou uma certa independência relativamente à forma com havia sido preparada. Apesar de no seu processo de formação, por exemplo, tenha sido dada relevância à designação e ao ensino explícito de estratégias de resolução, a Maria não o fez por considerar que poderia “limitar a criatividade das crianças” (p. 161).

Na investigação no âmbito das práticas de professores à propósito da resolução de problemas, Carpenter (1989), propõe um modelo para o estudo do ensino da resolução de problemas que concebe a atividade do próprio professor como um processo de resolução de problemas. Na perspetiva do autor, os professores na sala de aula não se limitam a ter determinados comportamentos, mas tomam decisões e tentam geralmente resolver problemas de ensino.

Num estudo levado a cabo por Ana Franco e Paula Canavarro (1987) em que se pretendia estudar as atitudes dos professores do ensino secundário face à resolução de problemas, é sublinhado o facto desta atividade não ser muito valorizada pelos professores e apesar de alguns proporem problemas numa perspetiva extracurricular, consistia numa prática pouco generalizada nas aulas. Os problemas eram essencialmente utilizados no estudo da resolução de equações e sistemas, por serem considerados os assuntos mais propícios. Os resultados deste estudo sugerem ainda que os problemas apresentados se destinavam apenas a motivar os alunos.

Guimarães (1988), num estudo cujo objetivo era identificar as concepções dos professores acerca da Matemática, verificou diferenças nos significados atribuídos a problema e resolução de problema. Apesar de qualquer dos professores valorizar pouco

a resolução de problemas, para dois deles os problemas eram encarados sobretudo como “problemas de pôr em equação”, enquanto que, para outros dois, um problema não visava uma aplicação direta e imediata dos conteúdos matemáticos. Uma das professoras disse dar mais ênfase aos “exercícios de rotina”, para que os alunos adquirissem “uma preparação básica”, uma vez que só depois de terem feito exercícios e praticado bastante é que poderiam “passar à resolução de problemas”. Referiu ainda que não apresentava problemas na aula, porque havia poucos alunos que os conseguiam resolver, enquanto que outra professora invocou a falta de interesse dos alunos. Para a terceira professora, “desafios” ou “situações mais complicadas” podem ser “um pau de dois bicos” pois, da mesma forma que entusiasma e motivam certos alunos, fazem com que outros se retraiam. Apesar das suas professoras também confessarem que raramente utilizavam problemas, não consideravam ser difícil que os alunos desenvolvessem atividades criativas em Matemática.

As conclusões deste estudo sugerem que a resolução de problemas parece ser encarada por estes professores como um elemento potencialmente motivador e não como parte inerente à atividade matemática e a sua aprendizagem.

A resolução de problemas no ensino e aprendizagem da Matemática

Uma visão construtivista da aprendizagem da Matemática pressupõe que o ensino esteja centrado no aluno, pelo que é o modelo normalmente defendido por aqueles que utilizam uma abordagem da Matemática centrada na resolução de problemas.

Segundo a expressão de Altet (2000, p. 13) “ensinar é levar a aprender e, sem a sua finalidade de aprendizagem, o ensino não existe; o ensino – aprendizagem formam uma dupla indissociável, são como diz Richelle (1986) «as duas faces da mesma moeda»”. Em relação a resolução de problemas o papel do professor é fundamental e determinante para que as tarefas propostas e atividades realizadas pelos alunos resultem em aprendizagem. Esta tarefa não é fácil, exige tempo, prática dedicação e bons princípios. O estudante deve adquirir tanta experiência de trabalho independente quanta for possível, mas se for deixado sozinho com um problema, sem qualquer ajuda ou com auxílio insuficiente, é possível que não faça qualquer progresso. Se o professor

ajudar demais, nada restará para o aluno fazer. O professor deve ajudar, nem de mais nem de menos, mas de tal forma que ao estudante caiba uma parcela razoável do trabalho.

Para Delgado (1993, p. 123) devem ser utilizados “diferentes tipos de problemas que requeiram também estratégias de resoluções diferentes, como por exemplo, a descoberta de uma lei de formação ou a utilização de um esquema ou desenho”.

A utilização da resolução de problemas como estratégia de aprendizagem pressupõe a existência de momentos de interação entre professor – aluno, no sentido de se proporcionar o debate, a exploração de ideias diferentes sobre uma mesma situação problemática. Assim, e segundo Pólya (2003, p. 41) “se for preciso auxiliar o aluno e explorar a sua ideia, deve-se começar de novo, se possível, por uma pergunta ou sugestão genérica da lista e, se necessário, voltar a alguma mais específica; e assim por diante”. O autor considera que na resolução de um problema devem ser seguidos alguns passos fundamentais, nomeadamente a familiarização, aperfeiçoamento da compreensão, e perseguição da ideia útil, execução do plano e, por fim, revisão. Perguntar-nos-emos qual a vantagem em proceder deste modo? O autor considera, a propósito, que “pode-se encontrar uma outra solução melhor, pode-se descobrir factos novos e interessantes. De qualquer forma, se adquirir o hábito de inspecionar e examinar desse modo as suas resoluções, adquirirá alguns conhecimentos bem ordenados, e prontos a serem utilizados e, assim, desenvolverá a sua capacidade de resolver problemas” (p. 41).

Grows, Good e Dougherty (1990, referenciados por Delgado, 1993) realizaram um estudo em que participaram 25 professores de Matemática que tinha como finalidade examinar as suas concepções acerca da resolução de problemas e seu ensino.

Enquanto que muitas das respostas dadas diziam respeito a tipos de problemas, outras centravam-se em características do processo de resolução. Foram tidas em conta quatro conceitualizações.

No entanto, segundo as respostas obtidas por parte de seis professores entrevistados, resolução de problemas era sinónimo de problemas cujo enunciado tem um texto. Para estes professores, o modo de apresentação da situação era determinante, devendo ser utilizadas palavras. Analisadas as respostas destes professores, nenhum deles faz

referência a dificuldade do problema ou da sua resolução nem ao nível do raciocínio pretendido e a maior parte dos exemplos apresentados eram retirados de manuais escolares. Por exemplo: a análise de um jogo de estratégia, a verificação da possibilidade de um arranjo espacial, ou a descoberta de um padrão não tinham nada a ver com a sua conceção de resolução de problemas.

Para dez dos professores, resolução de problemas identificava-se com a determinação das suas soluções. Alguns participantes do estudo, referiram que os alunos não teriam de resolver problemas em que os enunciados tivessem palavras para que estivessem envolvidos em atividades de resolução de problemas. Assim, sempre que os alunos encontrassem uma solução para um problema, estavam a fazer resolução de problemas. Estes professores davam especial importância ao cumprimento, passo a passo, de determinadas orientações. Muitos deles referiram-se a quatro etapas de resolução de um problema e todos fizeram referência a terceira etapa que envolve a realização de cálculos e pôr em equação.

Três dos professores realçaram em especial o contexto da situação, ao considerarem que a resolução de problemas equivale a resolver problemas de natureza prática. Recorrem como exemplos de problemas, situações que têm a ver com a vida real, mas o processo de resolução cingia-se à aplicação de cálculos. Na perspetiva destes professores, os alunos deveriam resolver problemas deste tipo, de forma a serem capazes de transferir a aprendizagem para situações que surgissem extra sala de aula. Assim, os problemas propostos limitavam-se a um campo muito restrito, incidindo normalmente no cálculo de despesas, descontos e cheques.

Para os restantes seis professores, resolução de problemas significava resolver situações que envolvessem raciocínio. O que caracterizava principalmente as respostas destes professores era a introdução de “ideias” nos processos de resolução de problemas. Referiram-se várias vezes a problemas não rotineiros e a maior parte dos exemplos dados requeriam um alto nível de raciocínio. Estes professores manifestavam interesse em que os alunos recorressem a técnicas de resolução criativas e descobrissem diferentes soluções para os problemas.

As primeiras três conceptualizações tinham como foco a natureza do problema e os seus aspetos do cálculo, enquanto que na última relacionava-se com os processos envolvidos na procura de uma solução. Para estes professores os objetivos principais das aulas de resolução de problemas eram ensinar os alunos a resolver problemas e utilização de técnicas lógicas de raciocínio. Para alcançar estes objetivos, vários professores de cada uma das concetualizações afirmaram usar a abordagem geral da resolução de problemas das 4 e 5. Todos os professores atribuíam grande importância aos alunos lerem o problema várias vezes, até compreenderem o que era pedido no enunciado.

Relativamente a descrições que faziam da 2.^a etapa, embora diferente de professor para professor, parecia significar, encontrar o que é pedido no problema. Em relação a 3.^a etapa havia aproximadamente consenso quanto ao significado, já que todos os professores, consideravam que tinha a ver com o resolver o problema e obter a resposta certa.

A 4.^a etapa, a maioria dos professores afirmou que procurava que os alunos voltassem a verificar os cálculos com o fim de detetar erros, enquanto que alguns, incluindo todos os professores da quarta concetualização, disseram que tentavam que os alunos olhassem mais de perto a questão posta no problema para verificarem se as suas respostas faziam sentido ou se respondiam efetivamente à questão. No entanto, nenhum dos professores sugeriu como fazendo parte da 4.^a etapa, extensões dos problemas ou generalizações.

Todos os professores que tinham afirmado que a resolução de problemas “é resolver problemas” que envolvem raciocínio disseram que sugerem aos alunos o uso de estratégias tais como fazer uma tabela, um gráfico, um desenho ou encontrar um problema mais simples que esteja relacionado com o proposto, enquanto que para alguns professores a estratégia de tentativa-erro não deveria ser usada por não ser um método matematicamente aceitável.

Os benefícios educativos da resolução de problemas num contexto de ensino e aprendizagem depende da estreita ligação que deve existir entre o ambiente de trabalho (contexto de sala de aula) e à natureza das tarefas que são propostas aos alunos.

Considerando que uma das finalidades da educação matemática é melhorar o ensino e a aprendizagem da resolução de problemas, implica por parte dos intervenientes, em particular o professor, procurar que a sua utilização em aula não se limite a um determinado conteúdo específico, mas sim, ao longo de todo programa. Isto significa dizer, que a resolução de problemas deve ser transversal a nível do ensino e aprendizagem da Matemática, devendo igualmente ser utilizada não apenas como aplicação de conhecimentos já adquiridos ou motivação, mas também como via de aprendizagem. Nas *Normas Profissionais para o Ensino da Matemática* (APM/IIE 1994), os professores são considerados como sendo “os principais protagonistas da mudança dos processos pelos quais a Matemática é ensinada e aprendida nas escolas” (p.2).

Segundo Delgado (1993), o objetivo final dos educadores matemáticos ao fazerem investigação na área da resolução de problemas, visa objetivamente encontrar formas que permitam melhorar a capacidade dos alunos neste tipo de tarefas. Alguns autores narram experiências desenvolvidas junto dos alunos, tendo como pano de fundo o contexto de aprendizagem em sala de aula. Exploram estratégias teóricas e práticas de ajustamentos no quadro do processo de ensino e aprendizagem de conteúdos matemáticos a partir da resolução de problemas. A este propósito Delgado (1993) considera que “os alunos devem desenvolver a compreensão dos conceitos e princípios matemáticos; devem raciocinar com clareza e comunicar de uma forma eficaz; devem reconhecer aplicações matemáticas no mundo à sua volta e devem abordar os problemas matemáticos com confiança (...). A técnica de cálculo não é bom indicador do desempenho dos alunos, nem basta desenvolver técnicas separadas das suas aplicações, ou memorizar regras, sem compreender os conceitos nos quais se baseiam. Os alunos devem compreender os princípios matemáticos, devem saber quando e como usar técnicas e essas regras e devem desenvolver a capacidade de resolver problemas” (p.17).

Para Schroeder e Lester (1988, citados em Fernandes, 1992), apesar dos vários estudos desenvolvidos neste domínio, a resolução de problemas continua a ser a menos compreendida. Esta perspetiva é partilhada por Fernandes (1992), que a considera algo caótica. Segundo o autor, há dificuldades em (i) distinguir os processos utilizados na resolução de problemas; (ii) desenvolver instrumentos que avaliem esses

mesmos processos; e (iii) identificar métodos mais adequados para o desenvolvimento da capacidade de resolução de problemas. O autor acrescenta ainda, que existe uma diversidade de fatores que permitem explicitar essas dificuldades. Por um lado, a natureza complexa do próprio processo de resolução de problemas, as diferentes interpretações que são feitas a propósito das capacidades a desenvolver, e as metodologias de ensino a utilizar. Por outro lado, dificuldades resultantes de fatores que têm a ver com o próprio processo de investigação em educação.

Concluindo, no estudo e desenvolvimento do ensino e aprendizagem da Matemática, a prática que os professores desenvolvem tem repercussões na forma como os alunos constroem o seu conhecimento matemático.

Capítulo III – Metodologia

Esta investigação tem como objetivo caracterizar e compreender as práticas de ensino de professores de Matemática do 2.º ciclo do ensino básico que envolvem a resolução de problemas. Assim, o trabalho empírico incide sobre os discursos, as atitudes e as ações nas práticas profissionais que empreendem em contexto escolar (a sala de aula). Neste capítulo apresentamos a metodologia da investigação adotada, recorrendo a uma descrição das principais opções metodológicas gerais, bem como dos instrumentos utilizados na recolha de dados e dos procedimentos para a sua análise. Explicamos, também, a escolha dos participantes no estudo empírico.

Opções metodológicas gerais

Se analisarmos o ciclo de vida da carreira profissional dos professores, e neste caso concreto, os de Matemática, verificamos que os mesmos têm crenças, valores e expectativas, em relação a si próprios, ao ensino e à aprendizagem, e à Matemática em geral e ao seu ensino e aprendizagem. As conceções e práticas de ensino e de aprendizagem podem ser vistos como consistentes ou inconsistentes à luz de investigações realizadas sobre a ação desenvolvida pelo professor em contexto de sala de aula. Para Guimarães (2003) até ao final dos anos setenta, a investigação sobre o professor cujo objetivo, visava compreender as “*decisões*” e “*ações*” na sua prática docente, era de modo geral, realizada sob influência de teorias de carácter comportamentalista, tendo como “*foco*” a “*performance*” do professor (p.18). O autor acrescenta, que se privilegiava o “*visível*”, por um lado, porque só era considerado passível de investigação aquilo que era observável de forma direta, por outro lado, pelo facto de se considerar o comportamento do professor ser explicável por causas “*exteriores*” (p.18). Fenstermacher (1978, referenciado por Guimarães, 2003) indica as razões pela qual a investigação educacional ignorou estudos que tinham a ver com o pensamento do professor: a ideia de que o pensamento, não sendo

diretamente observável, mas apenas acessível por inferência, “não é o objeto adequado para a investigação empírica” e a de que “os fatores causais que explicam o comportamento são externos à pessoa” (p.18).

A investigação ao dar importância à “vida mental dos professores” como elemento fundamental com influência na sua atividade prática (ação), manifesta também alguma preocupação no quadro emocional, com os afetos, atitudes e valores destes profissionais do ensino distinguindo-se assim da perspectiva comportamentalista na investigação sobre o professor. Thompson (1982, referenciado por Guimarães, 2003) reforça esta ideia, indicando dois tipos de influência que caracterizam a atuação do professor: fatores de natureza situacional, ou seja, “vêm de fora”, que derivam das situações, e fatores de carácter intencional, ou seja, que “vêm de dentro”, ou seja, que provêm do sujeito.

O presente estudo tem como objetivo principal caracterizar e compreender as práticas de professores de Matemática do 2.º ciclo do ensino básico envolvendo a resolução de problemas. No quadro deste objetivo foram formuladas as seguintes questões de investigação:

(1) Como preparam os professores as aulas em que prevêm utilizar tarefas que envolvam a resolução de problemas? Na seleção destas tarefas que objetivos têm em mente e que aspetos dessas tarefas valorizam? Quais os principais constrangimentos e dificuldades com que se debatem?

(2) Como é que os professores efetuam a gestão das aulas em que recorrem à resolução de problemas? Que momentos valorizam mais na condução dessas aulas? Quais os principais constrangimentos e dificuldades enfrentam e como as procuram superar?

Atendendo à natureza do objeto em estudo, e ao objetivo e questões da investigação, decidimos optar por uma metodologia qualitativa interpretativa, sendo a modalidade escolhida o estudo de caso de cariz etnográfico. A opção por esta modalidade foi tomada fundamentalmente porque se pretendia realizar um estudo detalhado e em profundidade de uma situação em seu ambiente natural (Biklen & Bogdan, 1994), que as questões são do tipo “*Como?* e “*Porquê?*”, visando uma

descrição holística do objeto em estudo bem identificado e delimitado (Yin, 1989; Merriam, 1988).

A metodologia qualitativa de natureza interpretativa tem sido utilizada por vários investigadores em estudos centrados no pensamento e práticas de professores e que procuram ter em conta o ponto de vista dos sujeitos em estudo (Thompson, 1982; Clandini, 1986; Clark, 1986; Delgado, 1993; Erikson, 1986; Guimarães, 1988, 2003).

Neste tipo de metodologia a análise de dados é realizada de *forma indutiva*, não se recolhem dados com a finalidade de confirmar ou infirmar hipóteses construídas de forma prévia, e a construção das abstrações faz-se à medida que os dados particulares recolhidos se vão juntando (Biklen & Bogdan, 1994). A utilização desta metodologia neste estudo sobre práticas de ensino de professores, decorre assim do reconhecimento do papel importante atribuído ao *significado* do ponto de vista dos sujeitos em estudo, para caracterizar e compreender “*aquilo que eles experimentam, o modo como eles interpretam as suas experiências e o modo como eles próprios estruturam o mundo social em que vivem*” (Psathas, 1973, citado em Biklen & Bodgan, 1994, p. 51). Outros investigadores da área de Educação Matemática, consideram que a metodologia qualitativa interpretativa, procura investigar, o caso, como um “*todo orgânico*” (Fiorentini & Lorenzato, 2006).

Um estudo de caso qualitativo, pode ser **particular**, porque se focaliza numa determinada situação, acontecimento, programa ou fenómeno; **descritivo** – porque o produto final é uma descrição “rica” do fenómeno que está a ser estudado; **heurístico** – porque conduz à compreensão do fenómeno que está a ser estudado; **indutivo** – porque a maioria destes estudos tem como base o raciocínio indutivo; **holístico** – porque tem em conta a realidade na sua globalidade (Merriam, 1988, referenciado por Carmo & Ferreira, 1998, p. 217). Yin (1988) advoga que, num estudo de caso, pretende-se investigar um fenómeno atual no seu contexto real quando os limites entre o fenómeno em estudo e o seu contexto não são claramente evidentes. Neste caso, são utilizadas fontes e dados de ordem diversa. O autor acrescenta que o estudo de caso constitui uma estratégia adequada quando se pretende responder a questões de “como” ou “porquê”. Segundo Yin (1988), neste

tipo de estudos o investigador não pode, nem pretende, exercer controlo sobre os acontecimentos. Segundo Patton (1990), “os estudos de caso são particularmente úteis quando se pretende compreender determinados indivíduos, determinado problema ou situação em particular, em grande profundidade e onde é possível identificar casos ricos em informação, ricos, no sentido que muito pode ser aprendido a partir de alguns exemplares do fenómeno em estudo” (p.54). O estudo de caso procura “analisar a realidade de forma profunda e mais completa possível”, realçando a interpretação ou análise do objeto, tendo em conta o contexto em que está inserido, não permitindo uma manipulação das variáveis e não permitindo a generalização (Fiorentini & Lorenzato, 2006, p.110).

Foi com base nestes pressupostos que decidimos pela escolha da metodologia qualitativa interpretativa, numa modalidade de estudo de caso de cariz etnográfico considerando-a adequada para caracterizar e compreender as práticas de ensino de professores de matemática — os discursos, as atitudes e as suas ações em contexto de sala de aula, envolvendo a resolução de problemas.

Participantes na investigação

Após termos definido o problema e a metodologia a seguir, procurámos centrar na escolha dos sujeitos do estudo.

Neste estudo seleccionámos duas professoras de Matemática do 2.º ciclo, que lecionavam numa escola que se encontra no concelho de Sintra. Trata-se de uma escola de grandes dimensões em termos de espaço físico, com um nível de organização agradável, com uma população estudantil aproximadamente de 1000 alunos. Para efetuar a escolha das participantes no estudo, utilizámos como critério serem professoras profissionalizadas, do quadro com nomeação definitiva (PQND) e lecionarem há mais de oito anos a disciplina de Matemática no segundo ciclo. A razão da utilização deste critério é o pressuposto de que as professoras escolhidas teriam um vasto conhecimento acerca da profissão, possuindo um conhecimento profundo da matemática escolar, do currículo, do programa, de materiais didáticos e

seriam dotadas de uma experiência profissional que lhes permitisse identificar problemas de ensino e de aprendizagem da matemática, nomeadamente no que se refere à resolução de problemas.

As duas professoras foram seleccionadas após termos participado numa das reuniões de departamento de Matemática em Janeiro de 2011 (ver calendário, anexo1), em que fomos apresentados pela coordenadora, na qual nos foi dada a palavra e explicámos os propósitos do estudo, bem como as condições dos possíveis participantes. Terminada a nossa intervenção, duas das professoras presentes manifestaram o seu interesse em participar no estudo, e disponibilizaram-se para termos um encontro mais personalizado que ocorreu no local de trabalho de ambas. Após a nossa conversa houve disponibilidade imediata da parte das professoras em participar na investigação.

A escolha foi limitada a duas professoras tendo em conta a natureza do estudo que pretendíamos levar a cabo, sendo este de carácter mais intensivo que extensivo, dando privilégio à profundidade. Pelas razões enumeradas, consideramos que o número que definimos era adequado ao estudo e correspondia de igual modo ao tempo que dispúnhamos para poder realizar o trabalho de campo (ver calendário, anexo 1). Com esta escolha, na possibilidade de ocorrer alguma desistência no decorrer do estudo, teríamos a oportunidade de recorrer à outra docente.

Iniciámos a investigação com as duas participantes e salientamos que não tínhamos tido, até aí, nenhum contacto pessoal com as professoras. No primeiro contacto que tivemos, apresentámos o propósito do estudo, garantindo o anonimato e a confidencialidade dos dados do estudo. As professoras foram cordiais e manifestaram de imediato a sua disponibilidade em colaborar e, a propósito, esclarecemos as participantes sobre tudo o que iríamos precisar aquando da sua colaboração.

Uma vez concluída a recolha de dados empíricos e iniciada a análise, e tido em conta o período em que ela ocorreu, procurámos paralelismos entre as duas professoras, no sentido de encontrarmos dados suficientes e consistentes que correspondessem e pudessem dar resposta às questões de investigação

apresentadas no estudo. Desta análise resultou que, no caso da segunda professora os dados recolhidos eram um tanto ou quanto vagos e confusos, o que levantou grandes dificuldades na interpretação da informação, e na categorização desses dados. Por outro lado, verificou-se em alguns casos que os dados recolhidos eram repetitivos relativamente aos da primeira professora, e que não contribuiriam para o enriquecimento dos resultados do estudo. Para além disso, a segunda informante manifestou nas entrevistas algumas reticências no que se concerne ao seu à-vontade quando trabalha situações que envolvem a resolução de problemas, associando esta situação ao facto de não ter uma formação inicial nesta área. Atendendo à situação com que nos deparámos com esta professora, muito desfavorável ao estudo, considerámos que seria melhor opção não a incluirmos, e concentrarmo-nos nos dados da primeira informante.

Relação investigador – participante

A partir do momento em que decidimos escolher a escola onde decorreu a nossa investigação não tínhamos conhecimento prévio dos docentes que poderiam participar no estudo, nomeadamente a nível pessoal, profissional e laboral. Após o contacto pessoal com a Coordenadora do Departamento disciplinar, a quem explicámos os objetivos pretendidos em relação ao desenvolvimento do trabalho convidou-nos a participar numa reunião de Departamento que considerou ser o momento ideal e uma oportunidade única para podermos expor aos professores presentes o propósito da nossa presença, bem como explicar os objetivos e as razões do estudo a realizar e o tipo de participantes que pretendíamos.

No final da referida, reunião voluntariaram-se duas professoras com as quais tivemos o primeiro contacto, que acederam de imediato participar e colaborar no estudo. Deste modo, marcámos um novo encontro em que foi explicado o objeto do estudo e o tipo de informação e documentação que necessitaríamos ao longo da investigação. Garantimos, desde logo, o sigilo profissional e o anonimato das professoras durante e após a conclusão da investigação. A forma afável e a disponibilidade com que as participantes atenderam o nosso pedido permitiu-nos

estabelecer uma relação de confiança e responsabilidade que se manteve ao longo do trabalho.

Esta relação, em estudos qualitativos, “reveste [-se] de uma importância porventura muito maior que em estudos de outra natureza” (Guimarães, 2003, p. 28). Citando McCracken (1988), Guimarães (2003, p. 28) acrescenta que o participante num estudo desta natureza é visto como um “colaborador” na investigação, chamando a atenção para a transparência dos objetivos da pesquisa e das questões éticas associadas a estudos deste tipo. Chama também a atenção para os cuidados e limites face ao grau de colaboração estabelecido sublinhando que “demasiada intimidade pode obscurecer e complicar o trabalho em mãos”, advogando que “algum anonimato na entrevista favorece a sinceridade do entrevistado e a obtenção de respostas autênticas, mesmo aquelas que ele imagina poderem desagradar ou ir contra supostas expectativas” (p. 29).

Durante a recolha de dados procurámos estabelecer uma relação investigador-participante que não fosse demasiadamente formal, com intuito de evitar um distanciamento que poderia comprometer a investigação, e o reconhecimento de que as questões que são colocadas pelo investigador se revestem de interesse científico. E também não muito informal, no sentido de evitar por parte do entrevistado alguma falta de seriedade do trabalho levado a cabo pelo investigador, considerando que as questões que este lhes coloca provêm do seu interesse profissional e não de mera curiosidade pessoal. Ou seja, tentámos conciliar as duas posturas (formal e informal) para que as informantes se sentissem como elementos ativos e necessárias à investigação, assumindo que a informação que iriam facultar seria determinante e útil para o desenvolvimento estudo.

Instrumentos de recolha de dados

Para Merriam (1988), a função do investigador num estudo de caso pode ser comparada com a de um “detetive”, visto que deve ter entusiasmo na procura das peças do “puzzle” e procurar suportar a incerteza durante um longo período. Nesta

afirmação vemos a ideia do investigador como o principal instrumento de recolha de informação.

A recolha do material empírico foi efetuada por nós, no contexto de trabalho das participantes no estudo, para permitir uma relação de proximidade com cada uma das docentes, no seu “*habitat*” profissional. Recorremos a entrevistas longas, com o sentido que lhes é atribuído por McCracken (1988, referenciado por Guimarães, 2003) que as descreve como “um processo de entrevista claramente focado, rápido e altamente intensivo que procura diminuir a indeterminação e redundância presentes em processos de investigação menos estruturados” (p. 21), e recorremos também a entrevistas curtas (pós-aula), à observação de aulas, a produções escritas das professoras e dos alunos, e a notas de campo. A recolha de dados foi realizada nos meses de Março, Maio e Julho de 2011 (ver anexo 1).

A observação de aulas. A observação tem como um dos objetivos “fixar-se na situação em que se produzem os comportamentos” obtendo deste modo dados que garantam uma interpretação “situada” desses comportamentos (Estrela, 1990, p.19). Assim, a escolha da observação nesta investigação, foi no sentido de, com este tipo de instrumento, pretender obter informação direta e detalhada, no que se refere ao trabalho desenvolvido pela professora na sua prática, especificamente, em contexto de sala de aula, procurar compreender as suas ações e reações, do ponto de vista didático e pedagógico, relativamente ao ensino da Matemática com a resolução de problemas. Os investigadores Lüdke e André (1986) advogam que a observação direta permite ao observador aproximar-se das convicções das pessoas, “na medida em (...) que acompanha *in loco* as experiências diárias dos sujeitos, pode aprender a sua visão do mundo, isto é, o significado que eles atribuem à realidade que os cerca e às suas próprias ações” (p. 26).

Quando apresentamos os propósitos do estudo, solicitámos às professoras a permissão de observação das suas aulas. Este pedido foi aceite sem que se verificasse algum obstáculo ou sinal de inconveniência por parte de ambas. Foram realizadas oito observações, repartidas por quatro turmas do 5.º ano de escolaridade. Estas observações ocorreram em dois períodos diferentes para permitir observar aulas com conteúdos distintos e decidimos em cada um dos

momentos, assistir a duas aulas consecutivas (uma para cada turma), com o objetivo de seguir com máximo detalhe as mudanças que ocorreriam de uma turma para outra.

As turmas, bem como o período em que decorreram as observações, parte da manhã, foram sugeridas pelas professoras. As preocupações que manifestámos tinham apenas a ver com o que referimos anteriormente — a observação de duas aulas consecutivas em cada período, a existência de turmas diferentes e a abordagem de conceitos matemáticos distintos. Solicitámos às professoras que nestes momentos, preferencialmente, as aulas incidissem sobre a aprendizagem da Matemática envolvendo a resolução de problemas.

Na observação, procurámos centrar a nossa atenção sobre a intervenção didática e pedagógica das professoras. As diferenças entre as turmas permitir-nos-iam ter a oportunidade de analisar as suas escolhas didáticas. Informámos também as professoras que, durante as observações, iríamos tirar notas escritas sobre os episódios da aula, que teriam como finalidade servir de suporte das entrevistas curtas (pós-aula).

Na recolha de informação durante a observação, como dissemos, pretendíamos fundamentalmente privilegiar as decisões didáticas que as professoras tomavam e a forma como as concretizavam. Por esta razão, escolhemos uma forma de “observação participante” (Estrela, 1990; Bogdan & Biklen, 1994). Assim, servindo-nos da boa relação de confiança que estabelecemos com os alunos e do conhecimento destes acerca do nosso papel na sala, movimentávamo-nos na sala, em alguns dos momentos da aula, para ouvir o debate de ideias entre os elementos de cada grupo e observar o que os alunos iam produzindo, durante a resolução de problemas, sem no entanto os questionar ou de algum modo interferir no trabalho que realizavam. Procurámos não ter nenhum envolvimento, tanto a nível da planificação, nem a nível da escolha das tarefas, bem como na sua concretização. Trata-se de uma observação participante do tipo “passivo” que é defendida por Guimarães (2003) ao referir que “esta opção permite maior disponibilidade para observação e um maior distanciamento, uma vez que o investigador não está

envolvido em nenhum aspecto da prática letiva do professor” minimizando deste modo o “efeito da sua presença na prática do professor observado” (p. 38)

Antes da observação das aulas preparamos um guião (ver anexo 4), no qual constavam os itens a ter em conta na recolha de notas sobre a aula. No guião foram tidos como referência os itens seguintes: “*Estrutura e sequência da aula*”, “*Papel do professor*”, “*Papel do aluno*”, “*Actividades da aula*”, “*Ambiente de aula e interações*”. A escolha destes itens foi realizada a partir das leituras que efetuámos em trabalhos de investigação desenvolvidos em contexto de sala e sobre os quais refletimos com base na nossa experiência pedagógica.

No início das observações, assim que entrávamos na sala de aula com a professora, procurávamos sempre uma mesa que se situava no canto da sala e que não era ocupada por alunos, mas com o consentimento desta. Esta opção, permitia-nos observar em condições o quadro, bem como todo o ambiente da aula, já que tínhamos um campo visual privilegiado. Já sentados na cadeira, que tinha as mesmas dimensões físicas das dos alunos, começávamos por escrever no cabeçalho, a data, a turma, o número da sala e a hora do início da aula. Elaborávamos também uma planta da sala com as respetivas mesas e cadeiras e os alunos identificados por letras alfabéticas e, no final da aula, a hora do seu término. Como não podíamos fazer a gravação áudio das aulas, decidimos efetuar registos numa folha A4, seguindo o desenrolar da aula e anotando a hora com um espaçamento de três a cinco minutos (ver anexo 6), para não perder detalhes importantes que seriam usados nas entrevistas curtas (pós-aula). Não incluímos os sumários no cabeçalho porque só eram registados no final de cada aula. Nos momentos em que ocorria algum diálogo entre professora e alunos, interrompíamos o registo de notas, anotando apenas a hora da ocorrência, isto para acompanhar melhor o conteúdo de cada interação. Apesar de as fichas de trabalho nos terem sido entregues atempadamente pela professora, sempre que as distribuía aos alunos na aula, procedia do mesmo modo connosco. No final de cada observação, solicitávamos sempre alguns exemplares das produções escritas feitas pelos alunos durante a aula.

Após tirarmos as notas manuscritas que foram recolhidas ao longo das aulas e das entrevistas curtas (pós-aula), elaborávamos um registo escrito para cada aula organizado segundo os itens atrás mencionados (ver anexo 7). Ao elaborarmos estes registos, toda a informação contida em cada uma das partes, bem como a sua organização, tiveram como base o guião de observação (ver anexo 4), apesar de termos dado outro formato que consideramos mais consentâneo. Na primeira parte destacamos os aspetos relativos ao conceito que foi tratado, ao início e término da aula e dos diferentes momentos da aula. Na parte que tem a ver com o “Desenvolvimento” fizemos a descrição detalhada da aula, envolvendo os diferentes papéis do professor e do aluno, a partir de episódios narrativos, produzidos com base nas notas de campo redigidas durante a aula. O facto de os episódios retratarem acontecimentos da aula, permite obter segundo Erickson (1986, referenciado por Guimarães, 2003, p. 40) “um retrato vívido” destes, “descrevendo o que foi sendo dito e feito na sequência natural da sua ocorrência na realidade, proporcionando deste modo, ao leitor “o sentimento de estar lá”. Quanto à parte “Atividades da aula”, são evidenciadas nela as tarefas realizadas durante a aula, bem como a sua forma de organização. Na última parte, referente a “Ambiente de aula e suas interações”, fazemos uma descrição global do ambiente da aula, integrando as interações e formas de comunicação estabelecidas entre a professora e os alunos e aspetos que tinham a ver com interrupções da aula ou situações de carácter disciplinar. Cada um dos registos foi numerado de acordo com a observação correspondente, data, turma, número da sala e o sumário da aula.

Produções escritas. As produções escritas dos alunos eram sempre solicitadas no final de cada aula, com autorização prévia da professora. Eram folhas de papel quadriculado, onde cada aluno apresentava a resolução das tarefas propostas (ver exemplos, anexo 10). Uma vez que este trabalho era desenvolvido em grupo, optámos por solicitar apenas uma folha por cada grupo. A folha selecionada serviria para digitalização com o objetivo de retirar extratos tendo em vista a apresentação e análise de dados sobre as tarefas realizadas pelos alunos e para complementar o conteúdo dos diálogos ocorridos entre a professora e os alunos durante a aula e que constavam do “Registo da aula” (ver exemplo anexo 7).

Para além disto, analisámos material documental utilizado pelas professoras, nomeadamente, “Plano de aula”, “Fichas de trabalho” (ver exemplos anexo 8 e 9) e manual adotado, que tiveram um papel importante na análise e compreensão das ações e decisões didáticas e pedagógicas e serviram de suporte para a elaboração das questões a serem colocadas durante as entrevistas pós-aula.

As entrevistas. Recorremos a dois tipos de entrevistas. Entrevistas longas (ver guião anexo 2 e 3) realizadas em dois momentos — Março e Julho de 2011 — dos dois últimos períodos do ano letivo, por considerarmos que as professoras, nesta fase do ano letivo, já tinham reunidas condições necessárias e suficientes quanto ao trabalho desenvolvido com os alunos e a própria relação entre professor-aluno. Cada uma delas teve a duração de uma hora e vinte minutos, sendo de natureza semiestruturada. Realizámos ainda entrevistas de curta duração (pós- aula), totalizando oito.

A maior parte das entrevistas, foram realizadas em salas de aula, apenas uma delas teve lugar na sala de professores, num momento em que não estavam presentes nem circulavam pessoas. As entrevistas longas foram realizadas no período da tarde quando as professoras não tinham aulas e as entrevistas curtas decorreram no período da manhã na sequência da observação de aulas.

As salas tinham boas condições acústicas que permitiram uma melhor interação entre o entrevistador e o entrevistado, bem como reuniam condições favoráveis à gravação áudio. Antes de realizar qualquer tipo de entrevista, primeiro verificávamos se o gravador estava a funcionar corretamente para evitar constrangimentos ao longo das entrevistas. Nos dias em que foram efetuadas as entrevistas longas, chegávamos sempre trinta minutos antes da hora acordada, e dirigíamo-nos à receção contactando a funcionária para informar as professoras da nossa presença. Em seguida dirigíamo-nos ao pavilhão onde estava situada a sala disponibilizada pela auxiliar educativa para realizarmos a entrevista.

Quanto às entrevistas pós-aula, foram realizadas no final de cada observação durante o tempo de intervalo antes da aula que se seguia, e principalmente nos intervalos (ditos maiores) que correspondem a vinte minutos. O local onde estavam

situadas as salas de aulas dista cinco minutos do pavilhão principal, onde está situada a sala e o bar de professores; os tempos de intervalo eram preciosos para as professoras na medida em que, neste espaço, precisavam de comer alguma coisa no bar e, de seguida, recolher o livro de ponto para se dirigir à outra turma. Conseguimos na maioria parte das ocasiões realizar as entrevistas pretendidas e, quando não foi possível, fazíamos-lo dentro do menor espaço de tempo possível (um a dois dias) para que não ocorresse perda de informação sobre os episódios registados durante a observação de aulas.

As entrevistas pós-aula constituíram um instrumento complementar que visava, fundamentalmente, esclarecer ou obter argumentos da parte das professoras sobre a aula observada e a partir das quais poderia acrescentar aspetos essenciais que fossem de encontro ao estudo. É de realçar que para estas entrevistas não houve uma prévia elaboração das questões, nem a escolha de um critério rígido para o efeito, tendo em conta que se pretendia que as questões a colocar emergissem da prática da professora, incidindo sobre aspetos que tivessem a ver com a sua “ação” e “reação” na sala de aula, sobre objetivos previamente estabelecidos para a aula, sobre a execução por parte dos alunos da tarefa proposta para cada aula, bem como sobre os recursos didáticos utilizados e dificuldades sentidas por ambas as partes (professora e alunos).

Nas entrevistas longas, que eram semiestruturadas, optámos por elaborar dois guiões em que as questões eram abertas para permitir obter da parte do entrevistado maior espontaneidade nas respostas e recolher maior informação possível. Embora, as questões tenham sido elaboradas seguindo uma sequência no que concerne aos temas e subtemas a tratar, para facilitar a análise de dados, não procurámos seguir com rigidez a ordem das mesmas.

Às vezes algumas das perguntas eram colocadas à entrevistada com base nos conteúdos programáticos lecionados em aula e tendo em conta o comportamento e a reação dos alunos. Deste modo, propiciavam-se momentos que se tornaram relevantes para o entrevistador, uma vez que permitiam aprofundar algumas questões de forma exaustiva, a partir dos argumentos apresentados pela entrevistada.

Em relação à primeira entrevista longa, as questões incidiram principalmente sobre a formação da professora, o percurso profissional e sua relação com a Matemática e a resolução de problemas. Ou seja, inicialmente, pretendíamos recolher informação que tinha a ver com as motivações da professora, a sua experiência pessoal e profissional em contexto escolar e educacional e perceber um pouco o seu percurso como docente de Matemática no segundo ciclo e a sua experiência profissional. Procurámos neste tipo de entrevista não colocar questões que pudessem provocar algum constrangimento da parte da entrevistada, de modo a não criar, durante a realização desta, um ambiente hostil que prejudicasse a nossa conversa.

Na segunda entrevista, incidimos com maior preocupação nas questões que tinham a ver com as tarefas e análise da atividade dos alunos, procurando enfatizar alguns episódios da prática letiva, complementar algumas questões colocadas na primeira entrevista e procurar respostas das nossas informantes sobre o seu “dizer” e “fazer”. Deixámos que a entrevistada falasse com algum à-vontade, procurando intervir apenas quando precisássemos de um melhor esclarecimento acerca de determinadas questões ou reintroduzir aspetos que achássemos pertinentes.

Deste modo, procurámos que estas entrevistas fossem “orientadas para informação” em que o entrevistador dava primazia ao entrevistado no sentido de que este “exprima os seus *próprios* interesses e preocupações sem se sentir demasiado espartilhado” (Powney e Watts, 1987, referenciados por Guimarães, 2003, p. 31). Outros autores, como Bodgan e Biklen (1994, p. 134), consideram que a entrevista deve ser utilizada para “recolher dados descritivos na linguagem do próprio sujeito” para que o investigador possa “desenvolver intuitivamente uma ideia sobre a maneira como os sujeitos interpretam aspetos do mundo”.

Com o intuito de pretender que a conversa fosse o mais produtiva possível, procurámos ser flexíveis, não olhando sistematicamente para as questões que levadas escritas para a entrevista na folha de papel, para assim melhor podermos dar conta e anotarmos os gestos ou outras formas não-verbais de comunicação das entrevistadas.

As entrevistas longas foram áudio gravadas e transcritas integralmente por nós, com exceção de uma em que contamos com o apoio de uma amiga para a transcrição, sendo que esta recebeu orientações nossas sobre os cuidados a ter com a transcrição, e garantindo sempre o anonimato das entrevistadas. Após a conclusão desta transcrição foi revista por nós com o acompanhamento da gravação áudio.

Todas as entrevistas longas, bem como as curtas, foram áudio gravadas por nós com um pequeno aparelho, mas sempre com o consentimento expresso das professoras, sobre a qual garantimos o sigilo e confidencialidade do seu conteúdo. Apesar das entrevistadas saberem da existência do gravador, procurámos colocá-lo num local discreto atendendo as suas pequenas dimensões, evitando deste modo que as professoras se inibissem de responder qualquer questão colocada. Procurámos ao longo destas entrevistas para permitir uma melhor seleção da informação que nos era dada.

Análise de dados

Na metodologia qualitativa interpretativa, recorre-se para a organização e análise das informações obtidas durante a recolha de dados à análise de conteúdo. Segundo Laville e Dionne (1999), “o princípio da análise de conteúdo: consiste em desmontar a estrutura e os elementos desse conteúdo para esclarecer suas diferentes características e extrair sua significação” (p. 214). Assim, para uma boa análise de conteúdo, é necessário que o investigador faça uma leitura minuciosa das informações obtidas, várias vezes, para que possa efetuar a categorização de aspetos essenciais, procurando aspetos comuns e divergentes, e daí poder extrair significados. Por um lado, só desta forma será possível, proceder uma interpretação correta e consistente dos dados recolhidos. É necessária a formulação de categorias de análise que correspondam ao problema do estudo, para que se verifique a validade e fidelidade dos dados. Berelson (1952, citado por Matalon & Ghiglione, 1997) no que se refere à escolha das categorias refere que “ Os estudos... serão produtivos na medida em que as categorias sejam claramente formuladas e bem adaptadas ao problema e ao conteúdo (a analisar) ” (p. 188).

Num tipo de estudo qualitativo, a recolha e análise de dados tem um carácter “recursivo e dinâmico”, e a análise de dados é um processo “indutivo” que inicia após a primeira entrevista ou a primeira observação e que se desenrola ao longo da investigação, de modo que a informação obtida constitua matéria da própria investigação (Patton, 1990).

A análise de dados a que procedemos seguiu as indicações atrás mencionadas, iniciando-se logo a seguir aos primeiros momentos da recolha de dados e prosseguindo até à elaboração das conclusões. Houve no entanto um período de interrupção de todo o trabalho de elaboração da dissertação de 2014 a 2015 inclusive, por razões de força maior que me afetaram pessoal e a nível familiar. Os trabalhos foram reiniciados em Maio de 2015 tendo havido necessidade de retomar aspetos já trabalhados, nomeadamente revisão de literatura, análise de dados e escrita do caso.

No nosso estudo, como só tivemos uma professora, começámos a analisar os dados da primeira entrevista (longa), procurámos organizar e analisar de forma sistemática a sua transcrição recorrendo à gravação áudio, com vista a ‘reavivar’ as palavras ditas pela informante, permitindo deste modo uma melhor compreensão do seu discurso. Em seguida, fomos analisando os aspetos relevantes que constavam dos registos das aulas, das notas de campo manuscritas na observação de aulas, das produções dos alunos para perceber a atividade desenvolvida por cada grupo, e a utilização do material didático pela professora (planificação, manual e ficha de trabalho).

As transcrições das entrevistas foram enviadas à professora (via email), para que as lesse e reavaliasse a informação prestada, e, caso fosse necessário, procedesse à sua correção ou reformulação. Após a leitura feita pela professora, as transcrições foram-nos reenviadas sem alterações, isto é, houve concordância em relação ao seu conteúdo.

Foram estabelecidas algumas categorias de análise gerais pré-definidas que decorreram dos objetivos e das questões de estudo, “Percurso escolar e Profissional”, “ Preparação de aulas” e “Gestão de aulas”. Outras categorias

emergiram da análise dos dados recolhidos, na interação com as categorias pré-definidas, ou seja, foram estabelecidas a partir da leitura e análise sucessivas e repetidas das transcrições das entrevistas (longas e curtas), dos registos de observação de aulas, das notas manuscritas, dos diálogos estabelecidos com a professora, com vista a identificação de “unidades de informação” (Lincoln e Guba, 1985, referenciados por Delgado, 1993, p.104). Deste trabalho, em articulação com categorias gerais (pré-definidas) resultaram as seguintes categorias específicas: “Relação com a Matemática”, “objetivos, matérias didáticos, seleção de tarefas (com problemas), momentos das aulas e organização dos grupos de trabalho” e finalmente a “apresentação das tarefas, trabalho autónomo dos alunos destacando a interação entre aluno-aluno e professor-aluno, discussão coletiva incidindo sobre as estratégias de resolução realizadas pelos grupos, bem como da avaliação dos resultados obtidos por cada grupo, as interações que decorrem entre o professor e grupo turma e o ambiente do contexto de sala de aula. Foi desta forma que foi feita a análise de conteúdo, a partir de material dito “qualitativo” (Bardin, 1977). O conjunto das categorias utilizadas constam na tabela que se segue.

Categorias de análise		
Categorias gerais (pré-definidas)		Categorias específicas (a partir da interação de categorias pré-definidas com a análise de dados)
Categorias gerais (pré-definidas)	Percorso escolar e profissional	Escolha da profissão Formação Educacional Relação com a matemática
	Preparação de aulas (nomeadamente constrangimentos e dificuldades)	definição de objetivos, escolha de materiais didáticos e equipamento seleção de tarefas envolvendo problemas momentos de aula — preparação e distribuição de tempo constituição dos grupos de trabalho
	Gestão de aulas (nomeadamente constrangimentos e dificuldades)	- apresentação das tarefas (objetivo dos problemas propostos, organização do trabalho para a realização da tarefa, interações professor-aluno(s) para esclarecimentos de dúvidas) - trabalho autónomo dos alunos (interações aluno-aluno(s) nos grupos, interação professor-grupo(s) para monitorização e regulação da atividade dos alunos - discussão coletiva (apresentação e análise de estratégias de resolução e dos resultados obtidos, interação professor-aluno ou turma, para esclarecimentos, correção e sistematização de procedimentos e conceitos) - ambiente das aulas

Tabela 1 – Categorias de análise

Capítulo IV – A professora Adriana

Apresentação da professora

Percurso escolar e profissional. Adriana é professora numa escola do ensino básico do 2.º e 3.º Ciclos do Concelho de Sintra. Realizou a sua formação académica numa Escola Superior de Educação, sendo licenciada em ensino, na variante de Matemática e Ciências da Natureza. Quanto à sua escolha profissional, afirmou que, inicialmente, não lhe ocorria a ideia de vir a ser professora de matemática, já que quando concluiu o 12.º ano concorreu para o curso de Engenharia Florestal, não se tendo concretizado tal objetivo, por uma razão que referiu com alguma graça, “... e ah... até foi muito engraçado que a minha mãe não me deixou ir para Santarém, onde entrei na Escola Superior de Engenharia Florestal” (*entrev. 1, p. 1*). Segundo Adriana, o que a fazia sentir-se realizada eram áreas relacionadas com o ambiente. Esta inclinação ambientalista está expressa nas seguintes palavras: “Naquele momento estava mais virada para o ambiente, muito virada para as ciências” (*entrev. 1, p. 1*). O despertar para a profissão de professora de Matemática surgiu devido a uma motivação exterior, tendo sido influenciada, como me contou, por uma colega que tinha entrado para o curso de Matemática e Ciências da Natureza.

A Adriana, constatando que na altura nem sequer se tinha lembrado do curso atrás mencionado, afirmou o seguinte: “Que giro, não me lembro da existência desse curso” (*entrev. 1, p. 1*). Reconheceu que foi a partir dos contactos com a colega que decidiu dirigir-se à Escola Superior de Educação de Lisboa (ESE) onde procurou inteirar-se sobre ele. Após constatar *in loco* acerca das possibilidades, decidiu ingressar no referido curso no ano letivo seguinte. Durante a sua formação inicial na ESE, destaca uma experiência que caracteriza como enriquecedora, o facto de ter participado no programa ERASMUS, na Suécia, onde, com alguns colegas, trabalharam situações relacionadas com o ensino da Matemática, por exemplo, a participação em clubes sobre construção de materiais manipuláveis e depois estes eram utilizados em aulas práticas, para avaliar a sua eficácia e eficiência. Estas

experiências, como nos disse, eram acompanhadas de debate entre a professora e os restantes participantes de vários países.

Atualmente, a Adriana é professora profissionalizada e exerce a sua profissão docente há cerca de treze anos. No presente ano letivo está a lecionar as disciplinas de Matemática e Ciências da Natureza. Do ponto de vista pessoal e profissional, é uma professora que manifesta satisfação quando fala da sua profissão, apesar de considerar que, atualmente, ela envolve muita burocracia. Este sentimento infere-se do que a Adriana nos respondeu quando foi questionada acerca do seu gosto pela profissão:

“Gosto muito da profissão que exerço, não me vejo a fazer outra, mas cada vez mais estamos ligados a uma burocracia, a papéis. Mas em termos de gratificação, acho que esta é das profissões mais bonitas do mundo. Nesta profissão, quando estamos com os miúdos é muito gratificante.” (*entrev. 1, p. 1*).

A Adriana manifestou -se entusiasmada em relação ao papel do professor na sala de aula, pelo facto de considerar que era um espaço onde decorrem as aprendizagens dos alunos de forma organizada. Afirmou o seguinte: “Quando estou na sala de aula estou a esquecer-me das outras partes más, mas ter o sentimento de que correu bem e fizemos algo positivo para os alunos é extraordinário e é exatamente uma missão.” (*entrev. 1, p. 1*).

A Adriana e o ensino da Matemática. A Adriana considera que a sala de aula é o local privilegiado para a aprendizagem escolar em que os atores principais são os alunos e o professor, cabendo ao último a função de promover ambientes ricos de aprendizagem. Na opinião da professora, o ensino da Matemática tornou-se mais interessante, comparativamente aos anos mais antigos, na medida em que considera que, atualmente, os alunos são diferentes dos da sua época, pelo facto de serem mais interventivos, o que faz com que os professores tenham maior preocupação com os conteúdos que colocam à disposição dos alunos e com a forma como o fazem. Segundo a professora, esta relação que se estabelece com os alunos em contexto de sala de aula enriquece o ensino da Matemática e pode

proporcionar a aprendizagem dos conceitos matemáticos de forma mais adequada e enriquecedora. Reconhece também, que os professores na grande maioria, estão mais preparados a nível científico e didático-pedagógica, para poderem melhorar o ensino da Matemática, bem como da Matemática escolar. Na opinião da Adriana, a formação contínua dos professores de Matemática faz com que estes melhorem e reflitam com mais regularidade sobre as suas práticas, o que como consequência se repercute deste modo na melhoria do ensino da Matemática. A professora defende que o facto de atualmente a maioria dos docentes de Matemática ter a sua formação inicial específica para o ensino desta disciplina, permite melhor desempenho face à práticas anteriores em que alguns professores vinham de áreas que não são do ramo educacional, como por exemplo, cursos de Economia. Esta ideia da Adriana assenta no facto de reconhecer que é fundamental que os professores de Matemática tenham preparação específica a nível teórico, bem como didático. Esta situação não se verificava com professores formados em outras áreas disciplinares, o que, segundo ela, prejudicava em certa medida a qualidade do ensino da Matemática. Este sentimento está expresso na seguinte afirmação: “Agora tem saído muitas pessoas [Professores] antigas, que estavam a lecionar Matemática e que não tinham formação didática nem pedagógica nesta área, eram engenheiros. Atualmente, considero que o ensino da Matemática está a caminhar num bom sentido” (*entrevista longa, 08.03*).

A Adriana advoga que é importante que os professores participem em vários eventos que são organizados pelas Associações ligadas à Matemática, como por exemplo, Profmat's para permitir o debate de ideias sobre o ensino da Matemática, bem como refletir sobre práticas de ensino e sobre o currículo e programas desta área disciplinar.

A professora reconhece que atualmente o ensino da Matemática não deve dizer respeito apenas aos alunos e professores, mas também deve envolver a participação da família no sentido de assegurar o acompanhamento e regulação das aprendizagens dos alunos e das tarefas que são realizadas pelos seus educandos. Esta ideia da Adriana está expressa na seguinte afirmação: “Os encarregados de educação têm o dever de ajudar os seus educandos na realização das suas tarefas

[refira-se trabalhos de casa] para superar algumas dificuldades manifestadas pelos alunos em contexto de sala de aula” (*entrevista longa*, 19.07). Na opinião da professora só assim será possível atingir os objetivos a nível do ensino da Matemática.

A Adriana e a resolução de problemas. A Adriana reconhece que a resolução de problemas é fundamental como estratégia de ensino de conceitos matemáticos. Apesar de ter considerado que na prática esta estratégia não é utilizada com muita frequência, pelo facto de exigir muito tempo, em termos de gestão da aula, o que, para a professora, não se compadece com a extensão de conteúdos que constam do programa. Segundo a professora, a utilização desta estratégia contribui para o “treino” porque envolve, durante a resolução, a combinação de conceitos matemáticos já apreendidos pelos alunos e de novos conceitos. Este ponto de vista está contido na seguinte afirmação: “A resolução de problemas é uma aplicação direta daquilo que os alunos aprendem ou aprenderam” (*entrevista longa*, 19.07). Ou seja, a Adriana considera que a resolução de problemas pode ser utilizada como forma de aquisição de conceitos matemáticos ou como aplicação destes, salientando o facto de que as tarefas não sejam “rotineiras”.

A professora reconhece que esta valorização da resolução de problemas como estratégia de ensino só ocorreu ao longo da prática porque, durante a sua formação, a abordagem deste tema era feita do ponto de vista teórico e não prático. Daí a seguinte afirmação: “A teoria é muito bonita, mas, às vezes da teoria à prática vai muita distância. Se estivéssemos a fazer esta entrevista há 10 anos atrás eventualmente as minhas respostas seriam outras, porque estava a sair da universidade e estava centrada na teoria, mas a prática hoje é bem diferente e está bem distante da teoria.” (*entrevista longa*, 19.07)

Para Adriana, a resolução de problemas promove formas de pensamento/raciocínios diferentes nos alunos, na medida em que recorrem a várias estratégias de resolução que visam encontrar a mesma solução, o que implica a partilha de saberes/conhecimentos que os alunos possuem. Veja-se o que disse a professora a este propósito: “É importante que os alunos durante a resolução de problemas possam ir buscar aquilo [refere-se aos conceitos] que nós já trabalhamos

nas aulas, ou seja eles têm que abrir [gavetas] porque existe um fio condutor em relação aos conteúdos estudados” (*entrevista pós-aula*, 27.05).

No entanto, a professora considera que a resolução de problemas como estratégia de aprendizagem só seria viável em contexto de sala de aula se o programa de Matemática não fosse muito extenso, pois assim os professores teriam mais possibilidades de recorrer a este tipo de estratégia de ensino. Veja-se o que diz a Adriana a este propósito: “Eu gosto de utilizar tarefas diferentes [problemas], mais apelativas, só que, algumas vezes, acabo por fazer apenas exercícios de aplicação, porque estou condicionada pelo tempo.” (*entrevista longa*, 8.03)

A Adriana reconhece que a resolução de problemas para além de permitir a apreensão de conceitos matemáticos, contribui para a aplicação destes no quotidiano dos alunos. Preferencialmente, a professora, a nível da resolução de problemas, gosta de propor tarefas que visam enunciados de problemas de carácter exploratório, porque, na sua ótica, promovem nos alunos a liberdade de pensamento e o debate de ideias com vista a aprendizagem de um conceito matemático específico. Ela advoga que o objetivo da resolução de problemas tem que estar sempre associado aos conteúdos do programa de Matemática e reconhece que a estruturação do conhecimento matemático faz-se na sua plenitude com recurso à resolução de problemas como estratégia de ensino. Esta ideia está expressa na seguinte afirmação da professora: “ Os problemas propostos aos alunos devem ter em conta o tipo de conteúdos programáticos que estão a ser trabalhados porque só assim é que a resolução de problemas como estratégia de aprendizagem fará sentido no ensino da Matemática” (*entrevista pós-aula*, 27.05).

Em síntese, a Adriana revela uma atitude positiva face à resolução de problemas como estratégia de ensino de conceitos matemáticos e considera que qualquer professor de matemática deve recorrer a esta estratégia no ensino da sua disciplina.

Preparação das aulas

A preparação das aulas constitui um dos elementos fundamentais para a promoção de ambientes ricos no que diz respeito ao processo de ensino e de aprendizagem em contexto escolar, nomeadamente a sala de aula. Constitui também, o momento privilegiado em que o professor define os seus objetivos e estratégias em relação a um determinado conteúdo específico.

A Adriana quando efetuava a preparação das suas aulas tinha a preocupação de nos comunicar quais eram os aspetos essenciais do tema a tratar em cada aula, situação que ocorria, sempre, com três dias de antecedência. Pudemos verificar, logo no primeiro encontro com a professora, que havia uma grande abertura e colaboração da sua parte face às questões que lhe colocávamos sobre o modo de preparação das suas aulas. Normalmente, estas questões eram colocadas no decorrer da conversa havida antes das aulas. Neste âmbito, os elementos decorrentes das respostas da professora constituíram um apoio crucial para a observação *in loco*, ou seja, a sala de aula. Em seguida, a professora entregava-nos o Plano de aula (cf. Anexo 8), no qual constava “Os conteúdos”, “Os objetivos”, “Ação a desenvolver com os alunos”, “Sumário”, “Desenvolvimento da aula”, “Avaliação” e por último a Ficha de trabalho (cf. Anexo 9) onde estavam os enunciados dos problemas, retirados do manual adotado. Quanto à utilização da ficha de trabalho nas aulas, em vez do manual, a professora justifica que os alunos [grupos] ao trabalharem com os manuais abertos têm tendência, na maior parte das vezes, de se distraírem e não se concentrarem no enunciado dos problemas. Procuram “bisbilhotar” [expressão usada pela professora] outras páginas do livro, prejudicando deste modo a atividade de resolução. A Adriana quando preparava as suas aulas, cujas tarefas envolviam a resolução de problemas, procurava e analisava vários tipos de materiais de consulta, nomeadamente, jogos didáticos, manuais de matemática diversificados, tecnologias de informação, para poder tirar melhor proveito e obter escolhas adequadas. Apesar disso, reconheceu que utilizava com maior frequência o manual de matemática adotado pela escola, sobretudo para poder selecionar as tarefas que propunha nas suas aulas conforme a afirmação adiante citada:

Adriana: Felizmente os manuais escolares [adotados] aparecem-nos cada vez melhores e com um leque de problemas muito variado, que as vezes nem precisamos de recorrer a outros livros.

(entrevista longa, 19.07)

No entanto, reconhece que, em algumas ocasiões, recorre a situações do dia-a-dia dos alunos para aplicá-las em aulas que envolvam a resolução de problemas. Por exemplo: “a professora propõe uma atividade prática aos alunos, em que estes têm que se dirigir na primeira semana a um supermercado e solicita que façam uma lista de compras e os preços dos respetivos produtos. Na segunda semana, procedem do mesmo modo. Em seguida, estes dados são apresentados na turma e, a partir destes, a professora formula enunciados de problemas que serão resolvidos pelos grupos e discutidos na aula. Nesta tarefa o objetivo é explorar a relação quantidade/preço, e verificar as alterações que ocorrem em determinados produtos face ao preço de uma semana para outra. Por exemplo, os alunos identificarem em que dias da semana se registaram preços mais baixos [promoções]. *(entrevista longa, 19.07)*

Esta tarefa proposta pela Adriana permite, em contexto de sala de aula, desenvolver competências a nível da formulação de enunciados de problemas com base nos dados recolhidos pelos alunos. Desenvolvem-se também competências a nível da resolução de problemas e argumentação matemática já que no final da tarefa, propunha um debate entre todos, a partir dos resultados obtidos na resolução por diferentes grupos.

Apesar da professora não ter permitido que os alunos usassem o manual durante a resolução de problemas, ela reconhece que em algumas ocasiões, tinha de fazê-lo, porque considerava que era importante que os alunos criassem hábitos de consulta para interpretação do conteúdo dos enunciados. Nota-se este facto quando a professora afirma: “Eu utilizei o livro [manual de matemática adotado] porque eles têm que se habituar a consultar e a perceber [interpretar] o que têm que fazer”. *(entrevista pós-aula, 27.05)*

A Adriana afirmou que quando prepara as tarefas [problemas] retiradas do manual, tem a preocupação de verificar com cuidado o conteúdo dos enunciados, no sentido

de garantir que estes sejam ou não adequados ao nível dos alunos. A professora justifica esta sua opção porque considera que os seus alunos têm muitas dificuldades a nível da leitura e interpretação de textos, situação que na sua opinião, condiciona o nível de desempenho quando se trata de resolução dos problemas. A Adriana sustenta a sua fundamentação, recorrendo, por exemplo ao extrato do seguinte enunciado: “ O José trouxe dois chocolates como os da figura [ver anexo 10] para distribuir igualmente por si e pelos seus quatro amigos. Que parte coube a cada um?” Para a professora uma das dificuldades detetadas durante a resolução, por certos grupos, foi o facto de não incluírem o [João] como um elemento integrante dos amigos, o que desde logo, inviabiliza a resolução correta do problema. Em vez de serem cinco amigos, passam a ser quatro.

A professora fazia questão de resolver os problemas antes de os propor na aula, para assegurar o grau de dificuldade, bem como o tempo necessário para a sua resolução. Segundo a Adriana, deste modo, é possível prever o tipo de dificuldades que os alunos poderão encontrar durante a resolução do problema e permite gerir de certo modo, o tempo disponibilizado para a tarefa. De todo o modo, reconhece que, em alguns casos, torna-se difícil cumprir com rigor o tempo estipulado para a conclusão da tarefa. Esta situação, ocorreu em alguns grupos aquando da observação de aulas. Constatou-se essa dificuldade por exemplo, na seguinte expressão: “Nesta turma não foi possível cumprir o tempo de resolução do problema, apesar de terem sido usadas estratégias mais engraçadas [entenda-se diversificadas]. Mas é mesmo assim, cada turma apresenta dinâmicas de trabalho diferentes, mesmo que os problemas propostos sejam iguais [em ambas as turmas]”. (*entrevista pós-aula, 18.03*)

No entendimento da professora, tanto a escolha das tarefas [problemas], bem como a sua atempada resolução estão associadas a uma questão fundamental que tem a ver com a escolha do problema [ideal]. A Adriana caracteriza como problema ideal aquele que está adequado ao nível das competências dos alunos, nomeadamente, a nível da linguagem [interpretação] e do cálculo e que, em última análise, suscite motivação e interesse da parte dos alunos. Neste contexto, a professora procurava seleccionar problemas não “rotineiros” para possibilitar uma maior disponibilidade dos

alunos durante a atividade de resolução. Veja-se a expressão: “ O problema [ideal] tem que ir de encontro aos conteúdos [conceito matemáticos] que eu [professora] quero lecionar e as competências que quero que eles [alunos] atinjam”. (*entrevista longa, 19.07*)

A Adriana reconhece que em alguns casos, há constrangimento porque o problema que escolheu acaba por não ser o “ideal” tendo em conta a apatia que os alunos demonstram quando resolvem determinados problemas. Veja-se o que diz a Adriana: “Existe a questão de escolher o problema ideal, porque muitas vezes depois de o aplicarmos verificamos que não era o [ideal] o que pode acontecer”. (*entrevista longa, 19.07*)

É do conhecimento do mundo matemático, que as tecnologias de informação e comunicação, no caso específico, as calculadoras, constituem hoje ferramentas importantes para o processo de ensino e de aprendizagem, refletindo-se também na construção do conhecimento matemático. Este tipo de recursos e materiais didático-pedagógicos permite aos alunos tomarem decisões, como também refletirem sobre o que estão a fazer, criticarem os resultados que decorrem da resolução de problemas, etc. Relevamos que este tipo de material foi utilizado com muita frequência pelos alunos, já que a professora fazia questão que os mesmos se servissem de apoio à resolução de problemas.

Durante a aula, e em determinados momentos a professora decidiu prescindir destes recursos, pelo facto de considerar que, em algumas ocasiões, os cálculos que os alunos tinham que fazer não precisavam necessariamente da utilização da calculadora. Para Adriana, a utilização da calculadora só é necessária quando os cálculos envolvidos numa resolução assim o exigirem. De outra forma defende que os alunos podem utilizar o seu raciocínio a nível do cálculo, recorrendo a conhecimentos da tabuada.

Em relação à autorização ou não da calculadora, é possível depreender nas palavras da professora:

Adriana: Podem utilizar a calculara.

(*registo de observação, 16.03*)

Adriana: Agora já podem usar calculadora.

(registo de observação, 16.03)

Nestas condições, a Adriana advoga que é necessário definir a preparação de tarefas que envolvam a resolução de problemas, bem como o tipo de materiais que são necessários para auxiliar a atividade dos alunos; na sua opinião, só assim será possível rentabilizar o desempenho cognitivo dos alunos. Veja-se por exemplo o modo como a professora se expressa: “Quando pretendemos resolver problemas é necessário saber se vamos utilizar por exemplo, compassos, ou se é preciso construir materiais manipuláveis ou utilizarmos o tangram”. *(entrevista longa, 19.07)*

Pessoalmente, a professora prefere trabalhar com materiais manipuláveis pelo facto de considerar que estes permitem um contacto direto e “concreto” por parte dos alunos. Esta preferência é sustentada tendo em conta o estágio de desenvolvimento dos alunos na medida em que considera, que os alunos naquele nível de escolaridade gostam de “mexer” e descobrir relações e fazerem conjecturas. A propósito a Adriana fez a seguinte consideração:

Adriana: Apesar de estarmos numa altura em que tudo está ligado às tecnologias, eu gosto muito de materiais manipuláveis. Continuo a achar que, apesar de [considerar] que as novas tecnologias são muito importantes, quando eles podem manipular [materiais], e têm o objeto concreto à frente, é mais fácil [compreender] para eles.

(entrevista longa, 6.05)

Nesta diversidade de recursos utilizados pela professora, destacava-se um de carácter tecnológico, que na sua opinião era difícil usá-lo em contexto de sala de aula. Segundo a Adriana, os alunos estavam pouco habituados a trabalhar conteúdos matemáticos usando o computador e que por isso considerava que a sua utilização não contribuiria para a rentabilização da atividade dos alunos durante a resolução de problemas.

A professora ao proceder a preparação das aulas tinha em conta um facto que tem a ver com a formação dos grupos. Para a Adriana, as tarefas que envolvam a resolução de problemas devem ser trabalhadas preferencialmente em grupo ou em

pares, porque considerava que só assim seria possível ocorrer maior interação entre os alunos e tirar maior partido das ideias e estratégias de resolução que são apresentadas por cada elemento do grupo ou do par. Em relação a esta forma de organização, a professora foi questionada por nós sobre o modo como funciona com os alunos no contexto de sala de aula, bem como quando resolve tarefas que envolvam a resolução de problemas, fez a seguinte afirmação:

Adriana: Em grupo, claro. É bom para estruturação do pensamento, proporem estratégias diferentes, dentro do próprio grupo podem apresentar formas de resolução diferentes, e aprenderem a trabalhar em grupo, e às vezes temos que mexer nos elementos do grupo [estrutura], consoante as capacidades deles.

(entrevista longa, 19.07)

Esta opção da professora foi constatada em todas as aulas que observámos, com exceção, quando propunha exercícios de aplicação ou consolidação dos conceitos estudados no quadro. Por outro lado, a Adriana reconheceu que ao preparar as aulas, a formação de grupos representa uma das dificuldades, porque às vezes, é difícil fazer uma constituição de modo que tenham uma estrutura heterogénea, para permitir boas dinâmicas de trabalho.

Na sua opinião, este tipo de escolha de elementos de cada grupo é fundamental para a concretização da atividade sobre a tarefa que é proposta. Realçou também, que os alunos vindos do primeiro ciclo, no caso específico, tinham muitas dificuldades em trabalhar em grupo porque na sua perspetiva reconhece que esta forma de organização não se realizava, principalmente quando os alunos resolviam problemas.

Em relação à composição dos grupos, trabalhou na maior parte das aulas observadas, com quatro a cinco elementos, procedendo em alguns momentos alterações na sua composição para que certos alunos pudessem acrescentar o nível de interação e de debate dentro do grupo, proporcionando aos restantes colegas maior protagonismo, em termos de intervenção quanto à apresentação das suas estratégias.

Nas aulas, com alguma frequência, a Adriana utilizava a seguinte expressão:

Adriana: Vamos formar os grupos, mas vamos manter os elementos de cada grupo.

(registo de observação, 16.03)

Na seguinte imagem é possível visualizar a forma de organização de grupos utilizada com maior frequência pela professora.

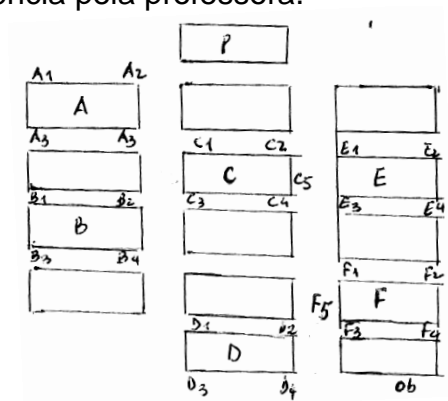


Figura 1 – Imagem digitalizada a partir da folha de observação referente à planta da sala.

A Adriana reconhece que para se propor tarefas que implicam a formação de grupos torna-se necessário criar este hábito de funcionamento com alguma regularidade para que os elementos de cada grupo desenvolvam este tipo de cultura inter pares. Ou seja, não basta trabalhar tais competências de forma esporádica porque, caso contrário, esta modalidade de organização não terá efeitos na aprendizagem dos alunos.

Para finalizar, podemos afirmar que a professora, na preparação das suas aulas, destaca os seguintes aspetos:

- a) tarefas [escolha do problema ideal];
- b) recursos adequados a ser utilizados pelos alunos;
- c) formação de grupos equilibrados [heterogêneos] como sendo a matriz para o bom trabalho aquando da resolução de problemas.

As aulas

As aulas iniciavam-se na maior parte dos casos passados sensivelmente quatro minutos após o toque de entrada devido ao facto de o percurso/distância que nós percorríamos entre o pavilhão principal e o pavilhão onde estavam situadas as salas. Depois de entrarmos na sala, a professora colocava o livro de ponto em cima da sua secretária e pendurava, sobre a cadeira, a sua mala da qual retirava todo material necessário para aula (fichas de trabalho, manual de matemática, plano de aula).

A sala tinha duas portas opostas, uma que estava situada no interior do pavilhão e era aquela por onde eu e a professora entrávamos, e outra que dava acesso ao exterior da sala e do pavilhão que se destinava à entrada dos alunos, e era onde aguardavam habitualmente pela professora. Em seguida, a Adriana dirigia-se a esta porta e autorizava a entrada dos alunos que, em silêncio, seguiam para os seus lugares, sentavam-se e colocavam o material em cima da mesa. Decorridos cerca de dois minutos, a Adriana saudava como sempre os alunos e pedia-lhes que formassem os grupos de trabalho, mantendo sempre a mesma estrutura. No instante que decorria a distribuição dos alunos pelos grupos referia, com alguma frequência, o seguinte: “Vamos trabalhar com os mesmos grupos.” (*registo de observação, 16.03*)

Esta manutenção dos elementos de cada grupo verificou-se na maior parte das aulas que observei, tendo somente ocorrido alterações pontuais de alguns elementos de um grupo para outros que, na opinião da Adriana, teve a ver com a necessidade de integrar alunos mais dinâmicos em grupos que apresentavam mais limitações em termos de debate. Constatei que esta opção da professora ocorria com maior frequência na segunda turma que era aquela que, segundo a Adriana, apresentava mais dificuldades em termos de trabalho de grupo tendo um ritmo algo lento. O número de elementos por cada grupo era de quatro a cinco. Apenas uma única vez notei que um dos grupos tinha seis elementos, tendo o sexto elemento sido integrado pela professora por ter chegado atrasado à aula.

Terminada a formação dos grupos, a Adriana distribuía sempre as fichas de trabalho por cada elemento do grupo, onde estava descrita a tarefa proposta para aula, mesmo quando recorria às tarefas do manual de matemática. Na opinião da professora, utilizava sempre este procedimento porque os alunos têm tendência em se distraírem quando utilizam o manual, prejudicando a atividade do grupo. De seguida, explicava os objetivos da tarefa à turma e chamava à atenção dos alunos para lerem bem os problemas e procurar compreender e interpretar a informação contida.

A Adriana incentivava com frequência o debate de ideias quando os grupos estavam a desenvolver o trabalho autónomo de resolução de problemas, intervindo sempre que necessário de modo a não prejudicar a atividade dos alunos, respondendo constantemente às solicitações dos alunos.

Nos momentos em que era efetuada a apresentação das estratégias realizada no quadro, habitualmente solicitava um dos elementos do grupo para o fazer e só depois pedia a participação dos restantes elementos do grupo e da turma em geral. Os momentos de maior questionamento ocorreram quando a Adriana ia interagindo com grupos, durante a fase de trabalho autónomo, para procurar perceber as estratégias que iam sendo desenvolvidas por cada um. Os alunos solicitaram-na muitas vezes nesta fase do trabalho em aula. Esta forma de ação da Adriana fez com que a maior parte dos grupos concluísse sempre a tarefa proposta através de um trabalho diferenciado. Aliás, estamos perante um caso de diferenciação pedagógica que merece uma referência mais aprofundada do ponto de vista do processo de ensino e de aprendizagem nos casos dos alunos com mais ou menos dificuldades cognitivas ou emocionais. Era nestes momentos da aula que a professora ia promovendo a consolidação de alguns conceitos matemáticos já abordados em aulas anteriores para apoio da atividade dos grupos.

Em todas as aulas observei o registo do sumário e a correção do trabalho de casa, situação que ocorria sempre no final das aulas, já que, na opinião da Adriana, esta opção permitia gerir melhor o tempo quando se tratava de aulas que envolvessem a resolução de problemas. Em seguida eram marcados novos trabalhos de casa como forma de consolidação dos conteúdos tratados na aula.

Para concluir, podemos dizer que, de um modo geral, não houve grandes diferenças em termos da estrutura global das aulas, quer de aula para aula, quer nas aulas das duas turmas.

Relativamente à escolha das duas tarefas realizadas nas duas turmas, foi uma opção da Adriana, visto que, cada tarefa contemplava dois problemas, e a professora considerava que, para o tipo de turmas, as tarefas selecionadas eram as mais adequadas, tendo em conta o seu ritmo de trabalho, mesmo verificando-se algumas diferenças entre elas. Referiu ainda, no entanto, que a essência da resolução de problemas reside nas estratégias que cada turma/grupos de trabalho desenvolve. Por esta razão, a Adriana realça a necessidade de selecionar problemas que permitam motivar os alunos e que os envolva na aprendizagem de conceitos matemáticos a partir da sua resolução.

As tarefas em aulas. Para as quatro aulas a observar, a Adriana considerou que iria utilizar duas tarefas para cada turma, ambas constituídas por dois problemas. A escolha da professora de apenas duas tarefas deveu-se ao facto de considerar que entre as duas turmas não existia diferenças significativas que justificassem a escolha de problemas diferenciados, ou seja, os alunos tinham, em termos de competências de resolução de problemas, o mesmo nível.

Tarefa 1 – Conceito de mínimo múltiplo comum

A primeira tarefa continha dois problemas para trabalhar o conceito de mínimo múltiplo comum (anexo 9). Importa referir que quando foi proposta esta tarefa, os alunos já tinham trabalhado o conceito de múltiplo de um número natural, a decomposição de um número em fatores primos e o conceito de máximo divisor comum entre dois números naturais.

Na primeira das turmas, durante o momento de trabalho autónomo dos grupos, a Adriana ia interagindo com os alunos e colocando questões no sentido de procurar compreender as estratégias de resolução adotadas e envolvê-los na discussão do problema proposto a partir da argumentação matemática dos elementos de cada grupo.

De seguida, a professora dirigiu-se para um dos grupos tendo-se registado o seguinte diálogo:

Professora (dirigindo-se a um dos grupos): Já resolveram o primeiro problema? Açam que o resultado está certo?

Aluno (dirigindo-se à professora): Ainda não temos a certeza.

(registo de observação, 16.03)

Esta questão foi colocada no momento em que o grupo já tinha registado na ficha de trabalho alguns múltiplos de 4 e de 7.

$$M_4 = \{0, 4, 8, 12, 16, 20, 24, 28, \dots\}$$

$$M_7 = \{0, 7, 14, 21, \dots\}$$

A Adriana queria perceber se a partir da determinação dos múltiplos de 4 e 7, o grupo seria capaz de determinar o dia do mês em que os dois amigos voltariam a encontrar-se novamente. Como o grupo ainda não tinha concluído a indicação dos múltiplos de sete, tiveram alguma dificuldade em dar uma resposta convincente à professora.

Depois a professora dirigiu-se para o grupo F e, por ter verificado que os seus elementos ainda não tinham registado qualquer tipo de estratégia, perguntou:

Professora (dirigindo-se ao grupo): Compreenderam o problema?

Um dos alunos levantou o dedo e respondeu à professora o seguinte:

Aluno: Temos que calcular o mínimo múltiplo comum.

(registo de observação, 16.03)

A professora, tendo em conta a resposta dada pelo elemento do grupo, achou por bem não interferir demasiado no raciocínio que pretendiam seguir, mas incentivou-os no sentido de procurarem os múltiplos de cada número (4 e 7), para verificarem se seria possível encontrar a solução do problema.

Em seguida, a Adriana interpelou o grupo A porque verificou que os elementos deste grupo estavam a utilizar uma estratégia diferente da de outros grupos, na qual não recorriam ao cálculo dos múltiplos de cada número.

No entanto, tinham registado nas suas fichas de trabalho o seguinte:

Setembro: 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13, 14, 15, 16, 17, 18, 19, 20, 21, 22, 23, 24, 25, 26, 27, 28, 29, 30

A professora, ao verificar que o grupo tinha registado os dias do mês de setembro, procurou saber junto dos elementos do grupo o que iriam fazer para poder resolver o primeiro problema. Solicitou ao grupo que explicasse o seu raciocínio. E passou-se o seguinte diálogo:

Professora (dirigindo-se ao grupo): Expliquem-me o que irão fazer?

Aluno (dirigindo-se à professora): Vamos colocar “bolinhas” de quatro em quatro dias e “retângulos” de sete em sete dias.

(registo de observação, 16.03)

Nesta estratégia, o grupo pretendia, com a utilização das “bolinhas” e dos “retângulos”, encontrar o dia do mês em que os símbolos escolhidos coincidiam e este representaria o dia em que os dois amigos voltariam a encontrar-se. Após a conclusão da estratégia de resolução, o grupo solicitou a presença da professora que voltou ao grupo e constatou o seguinte:

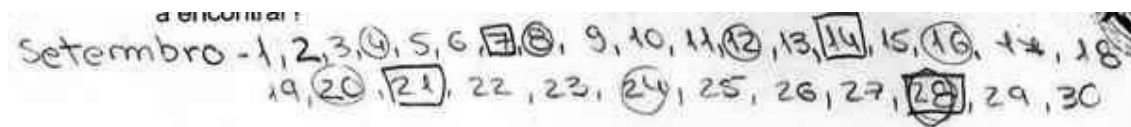


Figura 2 – Resolução do grupo A do problema 1

Face à resolução apresentada, a Adriana solicitou a uma aluna do grupo que explicasse a estratégia escolhida:

Professora: Explica como é que fizeram?

Aluna: Colocamos “bolinhas” a volta dos dias do Joaquim e “retângulos” a volta dos dias de Ana, para podermos encontrar um dia do mês em que os “retângulos” e as “bolinhas” estivessem juntas.

Professora: Então explica-me em que dia irão encontrar-se novamente?

Aluna: Professora, vão encontrar-se no dia vinte e oito.

Professora: Este é o dia em que voltarão a encontrar-se novamente? Está certo?

Aluna: Professora, vão encontrar-se no dia vinte e oito.

(registo de observação, 16.03)

Depois da explicação dada pela aluna, a professora considerou que a resolução do problema feita pelo grupo estava correta e que o grupo tinha conseguido calcular o mínimo múltiplo comum entre quatro e sete, neste caso sem recorrer a determinação dos múltiplos de cada um dos dois números para identificar os múltiplos comuns. Nesta resolução, a Adriana reconheceu, durante a entrevista pós-aula, que deveria ter explorado mais o enunciado do problema com o grupo, apresentando como hipótese da toma dos medicamentos se ter iniciado no dia dois de setembro para verificar que resultados os elementos do grupo iriam apresentar. Segundo a professora, esta nova questão permitiria uma melhor exploração do conceito de mínimo múltiplo comum. A partir da análise feita pela Adriana, é possível constatar que o momento do trabalho autónomo por parte dos elementos de cada grupo é fundamental na compreensão dos conceitos matemáticos implícitos na tarefa. Este momento foi valorizado pela professora inúmeras vezes e, concluída a resolução do problema, a professora informou o grupo que deveria passar para o segundo problema.

Notamos que este grupo, durante o trabalho autónomo, manifestou entusiasmo entre os seus elementos, fato que foi visível a partir da troca de opiniões, momento que registamos quando estávamos a acompanhar a professora durante as interpelações que ia mantendo com os grupos. O grupo, depois de ter terminado o trabalho autónomo, foi indicado pela professora para apresentar a sua estratégia de resolução no quadro. No momento da apresentação, a aluna que a fez, apenas se limitou a transcrever o que estava registado na sua ficha de trabalho. Durante o tempo que permaneceu no quadro, não houve nenhuma questão colocada por elementos de outros grupos que tinham utilizado estratégias de resolução diferentes.

Na maior parte dos momentos em que os grupos eram solicitados pela Adriana para apresentar as suas estratégias de resolução, verificámos que, pouco ou raramente,

eram confrontados com questões vindas de outros grupos, mesmo quando estes tinham utilizado estratégias diferentes, ocorrendo apenas pequenos esclarecimentos sobre o que a colega ou o colega registara no quadro. As explicações dadas por cada elemento do grupo solicitado eram aquelas que a professora já tinha efetuado no momento em que os grupos desenvolviam o trabalho autónomo. Ou seja, o diálogo ocorrido no quadro confinou-se entre o representante do grupo e a professora, a partir da pergunta e da resposta.

A Adriana durante o trabalho autónomo dos grupos foi solicitada com alguma frequência pelos grupos A, B, E e F que pretendiam esclarecer algumas dúvidas, como ocorreu com o grupo F que não tinha percebido o que era pedido no problema. A professora considerou que uma das principais dificuldades que os alunos manifestavam a nível da resolução de problemas tinha a ver com a compreensão dos seus enunciados, situação que era superada pela professora a partir de novas leituras do enunciado por parte dos elementos do grupo e através do levantamento de questões por parte da Adriana. Em outros casos, os alunos pretendiam obter algumas sugestões e aprovações, por parte da professora, em relação às estratégias que iam desenvolvendo.

Como a maior parte dos grupos tinha escolhido como estratégia de resolução do primeiro problema recorrer ao cálculo dos múltiplos de 4 e 7, a professora dirigiu-se ao grupo E que tinha na sua ficha o seguinte registo:

Ana	Joaquim
0	0
7	4
14	12
21	16
<u>28</u>	20
	24
	<u>28</u>

Após ter verificado o raciocínio apresentado pelo grupo na ficha de trabalho questionou e ocorreu o seguinte diálogo:

Professora (dirigindo-se ao grupo): Expliquem o vosso raciocínio.

Aluna: Professora, estamos a calcular os múltiplos de cada número, depois vamos assinalar os múltiplos comuns entre o 7 e o 4 para podermos encontrar o dia em que voltarão a encontrar-se.

(registo de observação, 16.03)

O grupo E, ao terminar o trabalho autónomo e quando a professora deu por terminada a tarefa, foi solicitado para apresentar a sua estratégia de resolução no quadro. Foi indicada uma aluna pelos elementos do grupo que foi ao quadro e transcreveu da sua ficha de trabalho a seguinte resolução:

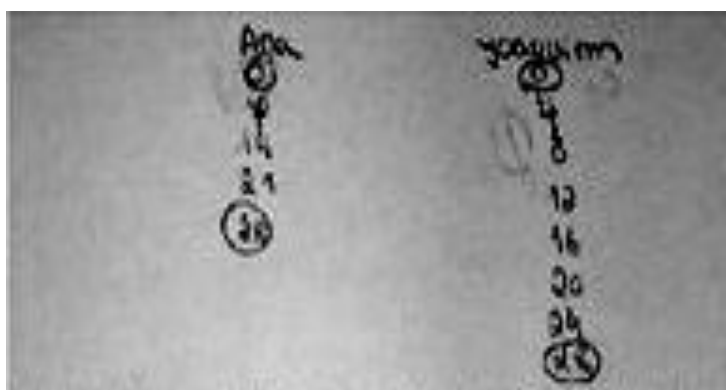


Figura 3 – Resolução do grupo E do problema 1

Terminado o registo no quadro, a professora interpelou a aluna:

Professora (dirigindo-se à aluna): Explica o teu raciocínio.

Aluna (dirigindo-se à professora): Professora, calculámos os múltiplos de cada número e vimos que os dois amigos irão encontrar-se no dia vinte e oito [pausa], isto depois do primeiro encontro.

(registo de observação, 16.03)

Após a resposta da aluna, a professora questionou-a novamente para que justificar o significado do zero:

Professora (dirigindo-se à aluna): Então o zero representa o quê?

Aluna (dirigindo-se à professora): Professora é a primeira vez que os amigos se encontram.

(registo de observação, 16.03)

Nestas duas resoluções do primeiro problema, um dos grupos recorreu à indicação dos dias do mês de setembro para poder encontrar o mínimo múltiplo comum entre sete e quatro utilizando símbolos diferentes para cada dia, até encontrar uma data em que coincidiam os dois símbolos usados: “retângulos” e “bolinhas”. Por outro lado, o grupo E calculou alguns dos múltiplos de sete e de quatro para determinar o dia em que os dois amigos se voltariam a encontrar novamente no mês de setembro. No entanto, todos os grupos conseguiram determinar o mínimo múltiplo comum entre sete e quatro e foi notório que, o facto de a maioria parte dos grupos ter utilizado a estratégia de resolução a partir dos múltiplos de cada número para encontrar a data pedida, revelou um bom conhecimento do conceito de múltiplos de um número, e de mínimo múltiplo comum de dois números.

A apresentação das estratégias de resolução do primeiro problema no quadro foi feita somente pelos dois grupos a que nos referimos, visto que os restantes grupos tinham utilizado, na sua maioria, a mesma estratégia (múltiplos de 4 e de 7), daí a Adriana ter considerado desnecessárias mais apresentações. Para finalizar a discussão da resolução do primeiro problema, a professora apresentou a seguinte questão à turma “O que é que há de comum em cada uma das estratégias?”, e, um dos elementos do grupo A colocou o dedo no ar e respondeu: “Todos encontraram o mínimo múltiplo comum entre sete e quatro” (*registo de observação, 16.03*).

A professora para concluir referiu que “o mínimo múltiplo comum entre dois números naturais é o menor múltiplo comum de entre todos os múltiplos e que é diferente de zero”.

Na segunda turma, como tinham sido propostos os mesmos problemas, as estratégias de resolução não diferiram muito das que foram usadas na primeira turma, mas, durante o trabalho autónomo, surgiram muitas situações de discussão porque foram obtidos resultados diferentes no primeiro problema.

A Adriana, à medida que ia interagindo com os grupos, apercebeu-se que uma aluna do grupo F se referia a uma estratégia em que pretendiam representar os dias de sete em sete.

Por esta razão, a professora manteve o seguinte diálogo:

Professora (dirigindo-se ao grupo): Vão pôr de sete em sete?

Aluna: Queremos descobrir o mínimo múltiplo comum.

Professora: Tem interesse em descobrir?

Um outro elemento do grupo argumentou o seguinte: vamos descobrir os dias do mês e depois vamos colocar de sete em sete.

Professora: Então tentem descobrir.

(registo de observação, 18.03)

A intervenção da professora foi feita com o propósito de perceber se os elementos do grupo tinham percebido o enunciado do problema e se a estratégia que pretendiam seguir conduzi-los-ia à solução. Passados uns minutos, o grupo solicitou a presença da professora, dizendo: “Já achamos o dia”. A Adriana, ao dirigir-se ao grupo, constatou o seguinte registo na ficha de trabalho:

4, 8, 12, 16, 20, 24, 28

7, 14, 21, 28

Após ter analisado os valores apresentados ocorreu o seguinte episódio:

Professora (dirigindo-se ao grupo): O que representam estes números?

Aluna (dirigindo-se à professora): São os múltiplos de sete e de quatro.

Professora (dirigindo-se ao grupo): Então, em que dia [os amigos] voltarão a encontrar-se [novamente]?

Aluna (dirigindo-se à professora): Professora, voltam a encontrar-se no dia vinte e oito.

Professora (dirigindo-se novamente ao grupo): E de acordo com a vossa estratégia, em que dia [os amigos] se encontraram pela primeira vez?

Aluna (dirigindo-se à professora): Professora, foi no dia um.

Professora (insistindo com o grupo): Será que nos múltiplos que apresentaram está representado o dia do primeiro encontro?

Professora (dirigindo-se ao grupo): Qual é o primeiro múltiplo de qualquer número natural?

Os elementos do grupo depois de algum momento de [silêncio] aperceberam-se do que é que a professora pretendia com a questão colocada. Um dos alunos de forma ordeira dirigiu-se à Adriana, respondeu: “É o zero”. E acrescentou: “Então fizemos errado, temos que começar pelo zero já que é o primeiro dia em que se encontram”.

(registo de observação, 18.03)

O grupo, depois de ter refletido sobre a questão apresentada pela professora, acrescentou aos múltiplos já enumerados um outro múltiplo que foi o zero.

Depois de ter efetuado a correção, apresentou o seguinte registo:

$$M_4 = \{0, 4, 8, 12, 16, 20, 24, \underline{28}, \dots\}$$

$$M_7 = \{0, 7, 14, 21, \underline{28}, \dots\}$$

A professora, mediante a resolução apresentada pelo grupo, considerou o processo usado e a solução obtida corretos. A professora realçou que é recorrente os alunos confundirem o zero como menor múltiplo comum. Por esta razão, que questiona sempre os alunos sobre o significado da existência do [zero] num conjunto dos múltiplos de números naturais.

No decorrer do trabalho autónomo dos grupos a Adriana sugeriu que deveriam analisar com atenção o enunciado do problema e verificar se seria possível encontrar a solução a partir do cálculo dos divisores de quatro e sete. Os grupos E e B recorreram ao cálculo dos divisores de sete e de quatro como estratégia e tinham nas suas fichas de trabalho o seguinte registo:

$$D_4 = \{1, 2, 4\} \text{ e } D_7 = \{1, 7\}$$

Com base na resolução do grupo, a professora fez o seguinte comentário: “Então ao utilizarem esta estratégia poderão encontrar a solução” (*registo de observação, 18.03*). A Adriana fez esta afirmação com o intuito de os grupos reformularem a sua estratégia de resolução de modo a que pudessem determinar o dia em que os dois amigos voltariam a encontrar-se. Da interpelação da professora resultou que o grupo verificou que não poderia resolver o problema a partir do cálculo do máximo divisor comum entre os dois números. Importa destacar que o grupo/turma já tinha estudado o conceito de máximo divisor comum. A mudança de estratégia fez com que o grupo E optasse por uma resolução que tivesse como ponto de partida a determinação dos múltiplos de sete e de quatro, para encontrar a solução do problema.

O facto de o grupo ter recorrido aos divisores de cada número revela que os elementos do grupo não tinham compreendido nem interpretado corretamente o enunciado do problema. Esta dificuldade só foi superada através das questões e comentários efetuados pela Adriana. Verifica-se novamente que os alunos têm muita dificuldade a nível da leitura e interpretação de enunciados que envolvam a resolução de problemas.

Esta situação faz com que a professora considere que, em alguns casos, a gestão do tempo para a execução da tarefa demore mais do que o previsto. Para os grupos de trabalho que manifestam estas dificuldades é necessário, segundo a Adriana, uma regulação da atividade dos alunos de forma sistemática, para que a tarefa proposta resulte na aprendizagem de conceitos matemáticos.

Durante o trabalho autónomo verificámos que a maior parte dos grupos que tinham escolhido como estratégia de resolução o cálculo dos múltiplos de cada um dos números quatro e sete para determinarem o dia em que os amigos se voltariam a encontrar, ignoraram, na maioria dos casos, a existência do zero, o que fez com que tivessem tido dificuldades em explicar a professora o significado deste zero, que representava o primeiro encontro entre os dois amigos.

O grupo B após a interpelação efetuada pela Adriana utilizou uma estratégia diferente da do grupo E que teve como ponto de partida a construção de uma tabela na qual inseriram os dias correspondentes ao mês de setembro.

1	2	3	4	5	6	X	8	9	10	11	12	13	X	15	16	17	18	19	20	X	22	23	24	25	26	27	X	29	30
---	---	---	---	---	---	---	---	---	----	----	----	----	---	----	----	----	----	----	----	---	----	----	----	----	----	----	---	----	----

A professora ao observar a tabela dirigiu-se ao grupo interpelando-o:

Professora (dirigindo-se a um elemento do grupo): Então explica o vosso raciocínio.

Aluna: Então, fizemos a tabela com os dias e marcamos X de sete em sete dias e um círculo de quatro em quatro dias.

(*registo de observação, 18.03*)

A Adriana, mediante a explicação dada pela aluna, considerou a estratégia do grupo correta, já que a data em que os símbolos coincidiam era no dia 28 e este dia representava o valor do mínimo múltiplo comum entre quatro e sete.

Um outro grupo durante o trabalho autónomo apresentou a seguinte resolução à Adriana:

Joaquim → 1, 5, 9, 13, 17, 21, 25, 29 Ana → 1, 8, 15, 22, 29

Este grupo, ao utilizar esta estratégia de resolução, chegou à conclusão que os amigos voltariam a encontrar-se no dia 29 do mês de setembro. A professora não interferiu perante o resultado encontrado pelo grupo mas, no momento do debate das estratégias de resolução, solicitou que o grupo apresentasse a sua resolução à turma. Uma aluna do grupo dirigiu-se ao quadro e transcreveu a partir da sua ficha de trabalho o seguinte registo:

1 de setembro Joaquim - 4, 8, 12, 16, 20, 24, 28, 32
 Joana - 1, 5, 9, 13, 17, 21, 25, 29

Figura 4 – Resolução do grupo C do problema 1

Após o registo, a professora, dirigindo-se à aluna, solicitou que explicasse a estratégia de resolução do seu grupo:

Professora: Explica o vosso raciocínio.

Aluna: Contámos de quatro em quatro para o Joaquim e de sete em sete para a Ana.

Professora: Porquê que é vinte e nove?

Aluna: É o dia em que voltam a encontrar-se.

Professora: Será que voltam a encontrar-se novamente no dia vinte e nove?

Aluna: [Fica em silêncio].

(registo de observação, 18.03)

Um dos elementos do grupo F colocou o dedo no ar e quis intervir no debate respondendo à questão que a professora tinha colocado ao grupo:

Aluno (grupo F): Professora, vão encontrar-se no dia vinte e oito. Se começarem no dia um encontram-se no dia vinte e nove, passados vinte e oito dias.

(registo de observação, 18.03)

Este contributo foi válido já que os elementos do grupo C, para além de terem trocado o nome de Ana por Joana, tiveram outra dificuldade em encontrar o mínimo múltiplo comum entre quatro e sete, porque não consideraram o primeiro dia do mês como sendo o momento em que ocorreu o primeiro encontro entre os dois amigos. Daí o silêncio verificado perante a questão colocada pela Adriana à aluna e ao grupo. Nesta resolução apresentada pelo grupo a professora esclareceu aos restantes alunos que os dois amigos só voltariam a encontrar-se passados vinte e

oito dias e, que o dia vinte nove não é o mínimo múltiplo comum entre sete e quatro, mais sim o vinte e oito e corresponde ao dia em que poderão encontrar-se novamente.

A maior parte dos grupos utilizou como estratégia calcular os múltiplos de cada um dos números quatro e sete e, por esta razão, no momento da apresentação das resoluções no quadro, a Adriana solicitou apenas três grupos, B, C e A. O grupo B foi o que conseguiu determinar corretamente o mínimo múltiplo comum com recurso à indicação dos múltiplos de quatro e de sete. O grupo C, como na sua estratégia não considerou o primeiro dia de setembro como sendo a data do primeiro encontro entre os amigos, só *a posteriori*, ou seja, após as questões colocadas pela professora e a participação no debate chegaram à conclusão que era o dia vinte e nove, mas que tal só acontecia passados vinte e oito dias, e que o número 28 este era o mínimo múltiplo comum entre sete e quatro.

Em relação ao grupo A, um aluno dirigiu-se ao quadro e escreveu a seguinte resolução:

$$4 \times 7 = 28 + 1 = 29$$

Após o registo a professora questionou o aluno:

Professora (dirigindo-se ao aluno): Explica o vosso raciocínio.

Aluno (dirigindo-se à professora): Multiplicamos quatro por sete e adicionamos um [a unidade] para encontrarmos o dia em que se encontram.

Professora (dirigindo-se ao aluno): E o vinte e nove é múltiplo de quatro e de sete?

Aluno (dirigindo-se à professora): Não.

Aluno: [Fica em silêncio].

(*registo de observação, 18.03*)

Esta falta de resposta por parte do aluno e dos restantes elementos do grupo deveu-se ao facto de não terem interpretado corretamente o enunciado do problema e não terem compreendido que ao multiplicarem os dois números sete e quatro estavam a calcular o dia em que os amigos voltariam a encontrar-se. Apesar do grupo ter iniciado de forma correta a sua estratégia, na fase final da resolução cometeu um erro ao adicionar a unidade. Durante o questionamento da professora,

houve ocasiões em que os alunos revelaram dificuldades a nível da argumentação matemática, já que em alguns momentos do debate não conseguiam justificar as suas resoluções, mesmo estando certas ou erradas. Para a Adriana, esta situação faz com que a apreensão e compreensão dos conceitos matemáticos seja muito lenta, o que não é alheio às dificuldades manifestadas a nível da leitura e interpretação.

Para concluir a resolução do primeiro problema a professora referiu o seguinte: “O primeiro múltiplo de qualquer número natural é o zero e o mínimo múltiplo comum entre dois números naturais é o menor múltiplo comum entre estes, diferente de zero” (*registo de observação, 18.03*).

Na primeira turma, a quando do trabalho autónomo, o grupo E na resolução do segundo problema da tarefa, depois de ter lido o enunciado, teve dificuldades em resolvê-lo pelo que solicitou a presença da professora. A professora procurou tirar a dúvida do grupo e incentivou os seus elementos para que resolvessem o problema. Concluída a resolução, solicitou que um dos elementos do grupo fosse apresentá-la no quadro, tendo sido registado o seguinte:

A	B
6	8
12	16
<u>24</u>	<u>24</u>

De seguida a professora interagiu novamente com o grupo:

Professora (dirigindo-se ao grupo): Então porquê que procederam desta maneira?

Aluna (dirigindo-se à professora): Professora, calculámos os múltiplos de cada hora.

Professora: O que representa vinte e quatro?

Aluna (dirigindo-se à professora): Professora, é o mínimo múltiplo comum entre seis e oito.

Professora (dirigindo-se ao grupo): Voltará a tomar novamente os dois medicamentos a que horas?

Aluna (dirigindo-se à professora): Professora, às oito horas do dia seguinte.

(*registo de observação, 16.03*)

A Adriana, continuando a sua interação sistemática com os grupos, dirigiu-se ao grupo D que tinha na sua ficha de trabalho o registo: $6 \times 8 = 48$ o que levou a professora a interpelar o grupo:

Professora (dirigindo-se ao grupo): Será que vão tomar os comprimidos daqui há quarenta e oito horas? Explica bem o vosso raciocínio.

Grupo: [Fica em silêncio].

(registo de observação, 16.03)

Após o grupo refletir sobre a sua resolução solicitou novamente a presença da professora tendo-lhe apresentado o novo resultado a que tinham chegado — $6 \times 8 = 48 : 2 = 24$ — tendo a seguir acontecido o seguinte diálogo:

Professora (dirigindo-se ao grupo): Expliquem bem o vosso raciocínio?

Aluno (dirigindo-se à professora): Professora, nós multiplicámos seis vezes oito que dá quarenta e oito e depois dividimos por dois, porque são dois medicamentos.

Professora (questionando novamente): Então se começou [o António] a tomar os dois medicamentos às oito horas da manhã, o valor que encontraram irá corresponder a que horas?

Aluno (dirigindo à professora): Professora, o António irá tomar os dois medicamentos às oito horas do dia seguinte.

(registo de observação, 16.03)

Importa destacar que os elementos do grupo a partir das questões colocadas pela professora, puderam perceber que o quarenta e oito era um dos múltiplos comuns entre seis e oito, mas que existia antes deste o vinte e quatro que era de igual modo múltiplo comum entre seis e oito que representa o menor múltiplo comum destes dois números.

A Adriana, depois de terminada a apresentação da resolução do segundo problema, registou no quadro a abreviatura do mínimo múltiplo comum (m.m.c.) e reforçou o conceito afirmando o seguinte: “Agora já sabem que o mínimo múltiplo comum é o menor múltiplo de dois números, diferente de zero *(registo de observação, 16.03)*.”

Em seguida, a professora propôs exercícios de aplicação que foram registados no quadro e resolvidos pelos grupos. O primeiro exercício consistiu no cálculo do mínimo múltiplo comum de 12 e 16.

Passados alguns minutos a professora solicitou que um dos elementos do grupo A se dirigisse ao quadro que registou o seguinte:

$$12 = 12, 24, 36, \underline{48}$$

$$16 = 16, 30, \underline{48}$$

Tendo depois explicado o que fez, dirigindo-se à professora e à turma — “Procurámos os múltiplos de cada número e encontramos o quarenta e oito” —, explicação que a professora validou — “Está correto” (*registo de observação, 16.03*).

A Adriana apesar de ter considerado que o mínimo múltiplo comum estava correto, voltou a chamar à atenção para o facto de a aluna não ter colocado o zero. A professora aproveitou a oportunidade, durante a apresentação da resolução do grupo A, para informar a turma que o método utilizado não era o único para o cálculo do mínimo múltiplo comum de dois números, mas que poder-se-ia recorrer à decomposição em fatores primos. Importa realçar que os alunos já trabalharam anteriormente a decomposição de números naturais.

A professora indicou uma aluna do grupo C para se dirigir ao quadro que registou a estratégia seguinte:

$\begin{array}{r l} 12 & 2 \\ 6 & 2 \\ 3 & 3 \\ 1 & \end{array}$	$\begin{array}{r l} 16 & 2 \\ 8 & 2 \\ 4 & 2 \\ 1 & \end{array}$
$12 = 2^2 \times 3$	$16 = 2^4$

Referindo-se a este registo a professora pede que a aluna identifique “os elementos comuns [entre] os dois números e [os] não comuns” ao que ela respondeu: “Professora é o dois que é comum. (*registo de observação, 16.03*).

A partir da resposta dada pela aluna a professora interpelou a turma:

Professora (dirigindo-se à turma): Qual é o elemento comum de maior expoente?

Aluno (grupo B): Professora, é o dois elevado a quatro.

Professora (acrescentou): Então vamos multiplicar este valor [dois à quarta] pelo elemento não comum [três]... é igual a quarenta e oito. Esta é outra forma de calcularmos o mínimo múltiplo comum.

(*registro de observação, 16.03*)

Finalmente a Adriana apresentou outro exercício de aplicação em que os alunos tinham que calcular o mínimo múltiplo comum entre dez e quarenta [m.m.c. (10,40)].

Passados três a quatro minutos de trabalho autónomo, a professora solicitou dois alunos, um pertencente ao grupo D e outro do grupo F, que se dirigissem ao quadro e registaram o seguinte:

O aluno do grupo D registou o seguinte:

10= 0, 10,20, 30, 40, 50, ...

40= 0, 40,...

A colocação de reticências foi devido ao alerta que a Adriana tinha dado quando afirmou que os múltiplos de um número constituem um conjunto infinito, por esta razão não havia necessidade da parte do aluno continuar a indicar muitos elementos, já que o objetivo era encontrar o menor múltiplo comum entre os dois números.

Em seguida, o aluno do grupo F registou o seguinte:

$$\begin{array}{r|l} 10 & 2 \\ 5 & 5 \\ 1 & \end{array}$$

$$10 = 2 \times 5$$

$$\begin{array}{r|l} 40 & 2 \\ 20 & 2 \\ 10 & 2 \\ 5 & 5 \\ 1 & \end{array}$$

$$40 = 2^3 \times 5$$

$$\text{m.m.c. (10,40)} = 2^3 \times 5 = 40$$

Em relação a esta resolução não surgiram quaisquer tipos de questões. Durante a resolução dos exercícios propostos pela professora, os alunos tiveram mais

dificuldades na realização das operações de divisão. Foi com esta última resolução que a Adriana deu por concluída a resolução do segundo problema na primeira turma. Estes dois procedimentos foram utilizados pelos grupos aquando da resolução de exercícios de aplicação propostos pela professora.

Na segunda turma, durante o trabalho autónomo, surgiram algumas estratégias que a professora considerou diferentes e interessantes, na resolução do segundo problema, tendo ficado surpreendida pelo desempenho dos alunos. A razão que nos levou a realçar esta posição da Adriana, deveu-se ao facto de inicialmente ter-nos comunicado durante as nossas conversas informais, que se tratava de uma turma com um nível de desempenho mais baixo face à primeira, justificando esta ideia devido ao tipo de dinâmica que os alunos manifestavam quando resolviam problemas.

No decorrer da interação que a Adriana foi mantendo com os grupos, surgiu uma situação que despertou a sua atenção, junto do grupo C, pelo facto de os alunos terem recorrido à utilização de dois relógios para resolver o problema proposto o que a levou a interpelá-los:

Professora (dirigindo-se ao grupo): Expliquem o vosso raciocínio.

Aluna (dirigindo-se à professora): Estamos a contar as horas.

Professora (dirigindo-se ao grupo): Porquê que representaram dois relógios?

Aluna (dirigindo-se à professora): Para verificarmos as horas [a hora correspondente] de cada medicamento.

(registo de observação, 18.03)

Durante a resolução do problema, os elementos deste grupo mantiveram-se entusiasmados, consultando constantemente os seus relógios pessoais à medida que iam desenhando o respetivo esquema na ficha de trabalho. E quando pedimos a uma aluna sobre o que achava da estratégia escolhida, ela referiu que “era a maneira mais fácil e rápida de resolver o problema”, dizendo que estavam a observar as horas no relógio.

Após a conclusão do trabalho autónomo, este grupo foi um dos solicitados pela professora a apresentar a sua estratégia.

A aluna que foi ao quadro transcreveu da sua ficha de trabalho o seguinte:

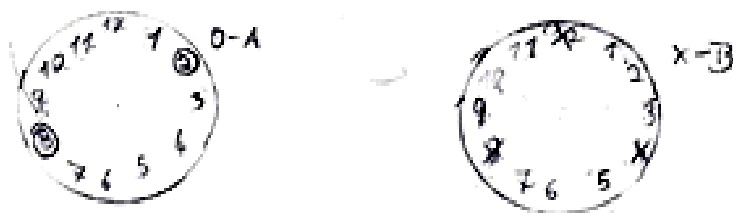


Figura 5 - Resolução do grupo B do segundo problema

Em seguida, tendo pedido a professora que a aluna explicasse o que fizera aos restantes colegas, ocorreu o seguinte diálogo:

Aluna (dirigindo-se à professora): No primeiro relógio marcámos com bolinhas o medicamento A, de seis em seis horas, e marcamos com X, o medicamento B, de oito em oito horas.

Professora (dirigindo-se à aluna): A que conclusão chegaram?

Aluna (dirigindo-se à professora): Professora, voltam a tomar os dois medicamentos às oito horas da manhã [do dia seguinte].

(registo de observação, 18.03)

Nesta resolução é possível verificar que no grupo B, ao determinarem a hora correspondente para a toma dos dois medicamentos (A e B), os alunos compreenderam também que a mesma situação ocorreria passadas vinte e quatro horas, podendo associar este número (24) ao mínimo múltiplo comum entre seis e oito.

Em relação a este problema o grupo D apresentou o seguinte esquema de resolução:

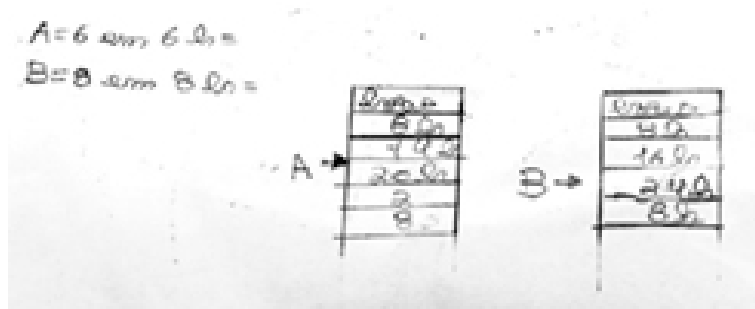


Figura 6 – Resolução do grupo D do segundo problema

O grupo recorreu a um esquema para poder encontrar a correspondência entre as horas do medicamento A e B e concluiu que os medicamentos seriam tomados às oito horas do dia seguinte, ou seja, passados vinte e quatro horas, sendo o vinte e quatro o valor correspondente ao mínimo múltiplo comum entre os dois números seis e oito.

Analisando as duas estratégias do grupo B e D, verifica-se que o mínimo múltiplo comum não está explícito em termos de valor, mas sim, implícito, pelo fato de a segunda toma de medicamentos ocorrer passadas vinte e quatro horas. Face às estratégias apresentadas pelos dois grupos a professora mostrou-se surpreendida e agradada, já que tratava-se de grupos que tinham dinâmicas de trabalho um pouco lentas em termos de cumprimento do tempo estabelecido para as tarefas. Esta constatação foi manifestada pela professora ao considerar que por vezes se torna difícil optar pela resolução de problemas como estratégia de aprendizagem em contexto de sala de aula, visto que nem sempre se cumpre o tempo definido para a realização da tarefa, prejudicando o momento do debate. Embora a Adriana reconheça que, para os alunos com quem trabalhava, a parte crucial tinha a ver com a atividade que estes desenvolviam enquanto interagiam entre os elementos de cada grupo e a professora.

A Adriana, numa das suas interpelações aos grupos de trabalho, dirigiu-se ao grupo C que tinha a seguinte resolução, ainda do mesmo problema:

Medicamento A – 8, 14, 20, 26, 32, 38, 44

Medicamento B – 8, 16, 24, 32, 40

24-12, 25-1, 26-2, 27-3, 28-4, 29-5, 30-6, 31-7, 32-8

O grupo encontrou o valor comum – trinta e dois – adicionando a cada número a amplitude do intervalo entre a toma de medicamentos, seis para o medicamento A, e, oito para o medicamento B. A partir daí, construiu uma sequência de números desde o número vinte e quatro até ao número trinta e dois associados às respetivas horas. Finalizada a correspondência, verificaram que o trinta e dois corresponderia

às oito horas do dia seguinte, ou seja, passadas vinte e quatro horas (valor que representa o mínimo múltiplo comum entre seis e oito).

Concluída a apresentação da primeira tarefa, a partir das entrevistas pós-aula, solicitamos à Adriana que fizesse uma reflexão do trabalho desenvolvido pelos alunos nas duas turmas. Inicialmente, considerou que, apesar das dificuldades em gerir a dinâmica de funcionamento dos grupos, reconheceu que, em oposição à primeira turma, a segunda turma surpreendeu-a pela forma como estruturaram as suas estratégias de resolução, já que não vaticinava que tal acontecesse por se tratar de uma turma que a professora tinha reservas em termos de empenho quando lhes são propostos tarefas que envolvam a resolução de problemas.

Na primeira turma, foi notório que os grupos na sua maioria recorreram aos múltiplos de cada número para determinarem o mínimo múltiplo comum entre os números apresentados no enunciado. O que à partida não representou alguma dificuldade para os alunos, mas sim, revelou que os alunos tinham compreendido bem o conceito de múltiplos de um número. No entanto, a Adriana considerou que, principalmente na primeira turma, deveria ter explorado mais os problemas com os alunos, no momento em que interagia com estes, sugerindo que deveria ter sido proposta uma nova questão aos grupos durante o trabalho autónomo, para suscitar outros raciocínios na resolução do primeiro problema, tendo dado como exemplo: “Se começassem no dia dois...” (entrevista pós-aula, 18.03). O objetivo, segundo ela, era verificar como é que os grupos poderiam determinar o mínimo múltiplo comum, já que para ela, o dia um como sendo o primeiro dia do mês tornaria a resolução óbvia em termos de resolução. Esta situação tem a ver com o facto, de a Adriana considerar que era uma turma mais dinâmica em termos de trabalho autónomo quando se trata de resolução de problemas.

A professora reconheceu que alguns grupos manifestaram muitas dificuldades em termos de compreensão dos enunciados dos problemas, o que se deveu, segundo ela, às dificuldades que os alunos tinham ao nível da Língua portuguesa, nomeadamente, na leitura e interpretação de textos, o que influencia o nível de compreensão dos enunciados, e que também põe em causa em muitas ocasiões a gestão do tempo necessário à discussão das estratégias escolhidas pelos grupos.

Tarefa 2 – Conceito de número racional

Esta tarefa tinha como objetivo a resolução de problemas que envolvessem o conceito de número racional, a partir da representação sob forma de fração com significado de parte-todo. Tal como ocorreu com a tarefa anterior, foram propostos dois problemas que terão sido resolvidos em ambas as turmas, neste caso retirados do manual escolar adotado pela escola. Consideramos que os grupos evidenciaram maior empenho na segunda tarefa do que na primeira, o que, na nossa opinião, tem a ver com o facto de se tratar de um novo conceito que exigia muito em termos de compreensão por parte dos alunos deste nível de escolaridade, e também por não ter sido trabalhado de forma exaustiva no primeiro ciclo.

A Adriana manteve, como sempre, a mesma postura em termos de interação com os grupos durante o trabalho autónomo, interpelando-os sempre que necessário, dando sugestões e fazendo comentários sobre as estratégias de resolução dos alunos, com vista a incentivá-los a nível da argumentação matemática, mas procurando, de certo modo, não influenciar em demasia a atividade dos alunos.

Para a análise desta tarefa seguiremos os mesmos procedimentos que utilizámos na primeira, começando pela primeira turma e o primeiro problema proposto.

A professora, passados uns minutos após a distribuição das fichas de trabalho e de ter explicado os objetivos da tarefa, e ter decorrido algum tempo de trabalho autónomo, começou por consultar os grupos e interpelá-los no sentido de procurar compreender as estratégias de resolução que tinham sido tomadas por cada grupo.

A Adriana dirigiu-se ao grupo C que tinha o seguinte registo na ficha de trabalho e questionou:

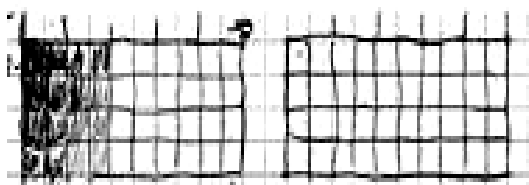


Figura 7 – Resolução do grupo C do primeiro problema

Professora (dirigindo-se ao grupo): Em quantas partes está dividida a unidade?

Aluno (dirigindo-se à professora): Em duas partes.

Professora (dirigindo-se ao grupo): Estou a perguntar em quantos bocados está dividido o chocolate?

Aluno (dirigindo-se à professora): Em quarenta partes.

Professora (dirigindo-se ao grupo): Então qual é a fração que corresponde a parte comida?

Aluno (dirigindo-se à professora): Num chocolate foram oito e no outro também oito.

Professora (dirigindo-se ao grupo): Então qual é a fração que corresponde a parte que foi comida?

Aluno (dirigindo-se à professora): É dezasseis quarenta avos.

Professora: Ok, agora simplifiquem a fração.

(registo de observação, 23.05)

Nesta estratégia notou-se que os elementos do grupo C tinham a noção que os dois chocolates representavam duas unidades, divididas em quarenta partes cada um. No entanto, no esquema representado na figura 5, não pintaram as oito partes correspondentes a cada um dos chocolates que cada amigo teria direito. Importa realçar que no esquema só pintaram a parte que corresponde a um amigo, mas apesar de não terem ilustrado na totalidade, conseguiram determinar o número de quadrículas de chocolate que cada um comeria. Durante a resolução a professora foi analisando e fazendo comentários enquanto interagiu com o grupo, situação testemunhada por nós durante a observação da aula.

A resposta dada pelo grupo C tornou-se mais consistente quando a professora verificou que os alunos tinham representado debaixo da figura as seguintes frações:

$$\frac{16}{40} = \frac{8}{20} = \frac{4}{10} = \frac{2}{5}$$

O grupo C concluiu que cada amigo ficou com dezasseis quadrados de chocolate e que finalmente cada um dos amigos comeu menos que um chocolate (menos que uma unidade). Após terem tornado a fração irredutível constataram que dois quintos é menor que a unidade.

À semelhança das resoluções anteriores, este grupo foi solicitado pela professora para apresentar a sua resolução no quadro, pelo que o fez, mas não ocorreu

nenhum debate com o grupo turma. Apenas foi solicitado como tem sido habitual, que os representantes de grupos explicassem o processo de resolução.

À medida que a professora foi continuando a interagir com os grupos durante o trabalho autónomo, dirigiu-se ao grupo E que tinha na sua ficha de trabalho o seguinte esquema:

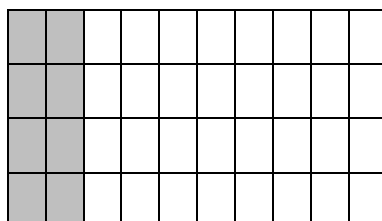


Figura 8 – Resolução do grupo E

Em seguida registou-se o seguinte diálogo:

Professora (dirigindo-se ao grupo): Que parte representa cada quadrícula?

Aluno (dirigindo-se à professora): Um quarenta avos.

Professora (dirigindo-se novamente ao grupo): Então que fração representa a parte que vocês pintaram?

Aluno (dirigindo-se à professora): Dezasseis quarenta avos.

Professora (novamente): Dezasseis quarenta avos?

Aluno (dirigindo-se à professora): São oito quarenta avos em cada chocolate, por isso cada amigo comeu dezasseis bocados.

Professora (dirigindo ao grupo): Assim está correto.

(registo de observação, 23.05)

Nesta resolução o grupo chegou ao resultado dos dezasseis quarenta avos, tendo em conta que em cada uma das unidades de chocolate cada amigo comeu oito quadrículas de chocolate, que corresponde a oito quarenta avos. E como as duas unidades de chocolate estavam divididas em partes iguais, sendo que cada quadrícula representava um quarenta avos, logo o total de quadrículas de chocolate que corresponderiam a cada um, seria dezasseis. As estratégias do grupo C e do E diferem no sentido em que o primeiro optou por representar no seu esquema de resolução os dois chocolates e pintaram num dos chocolates todas as quadrículas que ambos amigos comeriam. O grupo E delineou a sua estratégia a partir de um chocolate no qual representou a parte que cada amigo comeria numa unidade de chocolate e a partir daí chegou a solução do problema.

Para a apresentação da resolução do primeiro problema a Adriana solicitou três grupos. O primeiro grupo foi o F, que escolheu uma aluna que dirigiu-se

ao quadro e escreveu: $80 : 5 = 16$ $\frac{16}{80} = \frac{8}{40}$

Terminado o registo ocorreu o seguinte diálogo:

Professora (dirigindo-se à turma): Qual foi o erro do grupo nesta resolução?

Aluna (grupo B): O erro está na fração dezasseis oitenta avos, porque cada unidade está dividida em quarenta partes.

Professora (dirigindo à turma): As partes em que estão divididas as duas unidades de chocolate nunca se alteram, são sempre em cada caso quarenta.

(registo de observação, 23.05)

A resposta dada pelo aluno do grupo B fez com que a aluna substituísse o oitenta por quarenta, porque apesar de os dois chocolates totalizarem oitenta quadrículas, cada unidade foi dividida, apenas em quarenta partes e não ocorre nenhuma alteração já que ambas unidades são iguais.

Em seguida, a mesma aluna procedeu a seguinte alteração:

$$\frac{16}{\cancel{80}} = \frac{16}{40} = \frac{8}{20} = \frac{2}{5}$$

Na correção feita pela aluna, também incluiu a simplificação da fração tornando-a irredutível.

Não tendo-se registado nenhuma outra intervenção da parte do grupo turma a professora considerou correta a resolução, bem como o resultado obtido. Queremos realçar que a resolução apresentada por este grupo foi diferente da dos restantes grupos, porque inicialmente dividiram oitenta pedaços de chocolates por cinco amigos para obterem dezasseis, depois é que representaram na forma de fração. Daí terem trocado o denominador quarenta por oitenta. Esta resolução fez com que a professora chamasse à atenção do grupo turma no sentido de não confundirem o conceito de unidade quando se representam frações.

Em seguida, dirigiu-se à aluna do grupo A ao quadro que transcreveu da sua ficha de trabalho o seguinte esquema:

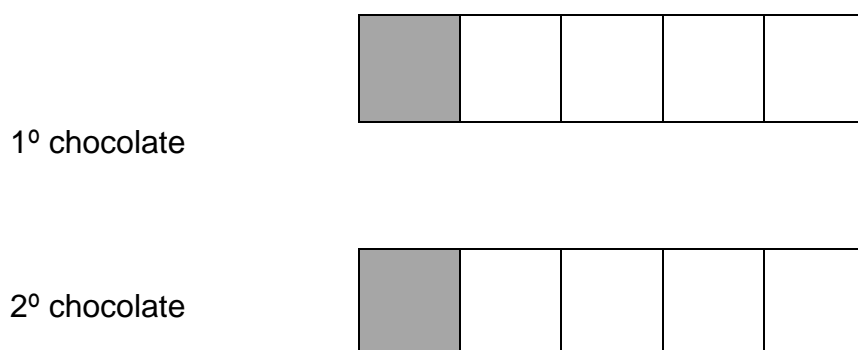


Figura 9 – Resolução do grupo A

Após o registo no quadro ocorreu o seguinte diálogo:

Professora (dirigindo-se à turma): Este grupo pensou que quarenta quadrados [de cada chocolate] davam muito trabalho e fizeram de outra maneira.

Professora (dirigindo-se à aluna): Explica o vosso raciocínio.

Aluna (dirigindo-se à professora): Professora, dividimos cada chocolate em cinco partes e pintámos um quinto em cada. Coube a cada amigo dois quintos. Como cada um quinto representa oito quadrados do chocolate então cada amigo comeu dezasseis quadrados de chocolate.

Professora (dirigindo-se à aluna): Esta forma de representação não vos complicou para ter em conta as quarenta partes.

Aluna (dirigindo-se à professora): Não professora, consideramos que cada um quinto corresponde a oito pedaços de chocolate [em cada chocolate].

(registo de observação, 23.05)

Nesta resolução, o grupo não alterou o tamanho das unidades de chocolate disponíveis, mas sim dividiu de modo diferente recorrendo a uma fração equivalente a dezasseis quarenta avos. Foi deste modo que descobriram que cada um quinto representa oito quadrados num chocolate dividido em quarenta partes iguais. De acordo com o esquema apresentado, seria oito quadrados de chocolates vezes cinco que dá quarenta, ou seja, são cinco quintos que representa cada unidade do chocolate.

De acordo com o esquema, o grupo concluiu que cada amigo comeria dezasseis quadrados de chocolate e que nenhum deles comeria mais do que uma unidade, porque dois quintos era menor que a unidade.

Finalmente, solicitou a presença do grupo D que indigitou um colega para apresentação da resolução. O aluno dirigiu-se ao quadro e apresentou o seguinte esquema:

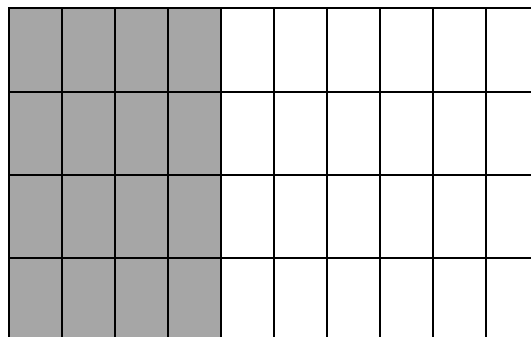


Figura 10 – Resolução do grupo D.

Após a representação do esquema o aluno escreveu a fração correspondente a parte pintada e tornou-a irredutível.

$$\frac{16}{40} = \frac{2}{5}$$

Em seguida registou-se o seguinte diálogo:

Professora (dirigindo-se ao aluno): Explica a vossa resolução.

Aluno (dirigindo-se à professora): Professora, pintámos dezasseis partes [de quarenta], porque cada amigo comeu oito pedaços [quadrículas] de cada chocolate. São dezasseis ao todo.

Professora (dirigindo-se ao aluno): E porquê que não representaram as oito partes pintadas em cada chocolate?

Aluno (dirigindo-se à professora): Porque as duas unidades de chocolate são iguais.

Professora: Ok, está correto.

(*registo de observação, 23.05*)

Nesta resolução o grupo utilizou uma única unidade para resolver o problema, que estava dividida em quarenta partes iguais, das quais pintaram dezasseis, tendo em atenção que cada amigo teria direito a oito quadrículas de chocolates em cada uma das unidades totalizando as dezasseis quadrículas. O grupo concluiu que ambos amigos comeriam no total dezasseis quadrículas de chocolate das quarenta partes da unidade.

Em seguida, iremos apresentar para o mesmo problema proposto, as estratégias e dinâmicas de trabalho desenvolvidas na segunda turma em que a Adriana lecionava.

Os procedimentos verificados nas aulas da Adriana não diferiram muito de turma para turma, começando sempre pela formação de grupos, explicação dos objetivos da tarefa, distribuição de fichas de trabalho, realização do trabalho autónomo e apresentação das resoluções.

Durante o trabalho autónomo, a Adriana procedeu a alteração da constituição de um dos grupos, passando um dos elementos para outro com o propósito de dar mais dinamismo a um dos grupos que, segundo ela, era mais lento a executar as tarefas. Esta estratégia apesar de não ter sido utilizada com muita frequência, resultou sempre de forma positiva quando era aplicada. Isto porque segundo a professora, a mobilidade constante de elementos de um grupo para outro pode quebrar rotinas de trabalho e fragilizar o empenho dos alunos durante o trabalho autónomo.

Passados aproximadamente dez minutos de início de trabalho autónomo a Adriana dirigiu-se a um dos grupos chamando atenção para o seguinte:

Professora (dirigindo-se ao grupo): Não se esqueçam que são dois chocolates. A divisão da unidade é feita em partes iguais. Ninguém [referindo-se a cada amigo] pode comer mais que outro.

(registo de observação, 27.05)

Esta advertência feita pela professora tinha como propósito alertar os elementos do grupo para a compreensão do conceito de fração, isto é, da divisão da unidade em partes iguais.

Em seguida, dirigiu-se para o grupo E, questionou:

Professora (dirigindo-se ao grupo): Quantos amigos são?

Grupo: Silêncio.

Perante o silêncio manifestado pelos elementos do grupo, a Adriana percebeu que estes não tinham ainda compreendido o enunciado do problema. A professora não insistiu na obtenção de resposta por parte do grupo, dando mais algum tempo para que este pudesse reler o enunciado.

Após alguns minutos de reflexão, solicitaram a presença da professora afirmando que o número de amigos era cinco, o que foi confirmado pela Adriana.

Na sequência da interação que a professora foi mantendo com os grupos, dirigiu-se ao grupo D que tinha o seguinte registro no caderno:

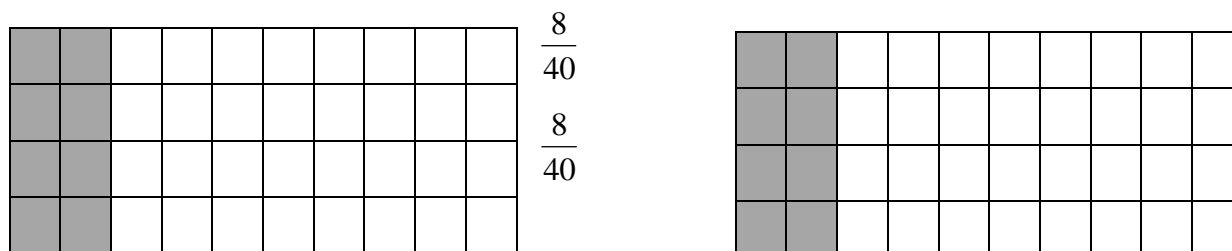


Figura 11 – Resolução do grupo D.

Depois de a professora analisar o esquema que os alunos tinham no caderno, ocorreu o seguinte episódio:

Professora (dirigindo-se ao grupo): Quantos chocolates são?

Aluno (dirigindo à professora): São dois chocolates.

Professora (dirigindo-se novamente ao grupo): Que quantidade comeu cada amigo?

Aluno (dirigindo-se à professora): Cada amigo comeu dezasseis pedaços, e a fração e dezasseis quarenta avos.

Professora (professora dirigindo-se a aluno): Então pinta um quadradinho e diz-me que fração representa.

Aluno: Um quarenta avos.

Professora (dirigindo-se ao grupo): Esta fração que D2 [aluno] indicou é irredutível?

Aluno (dirigindo-se à professora): Não.

Professora (dirigindo-se ao grupo): Então têm que torná-la irredutível.

(registro de observação, 27.05)

A razão que levou a Adriana a pedir ao aluno que pintasse um quadradinho para identificar o tipo de fração que representa, surgiu porque numa das respostas dadas por um elemento do grupo à professora, quando foram interpelados ele afirmou que a fração correspondente nas duas unidades seria oitenta quarenta avos. O aluno que fez esta afirmação ficou esclarecido, depois de ter pintado um quadradinho que representava um quarenta avos em cada unidade de chocolate.

Nesta resolução, o grupo chegou a solução do problema ao considerar que o número de partes que cada amigo iria comer em cada uma das unidades corresponderia a oito quadradinhos, o que faz com que sejam dezasseis quadradinhos atribuídos a cada um dos cinco amigos, tendo em conta o total das unidades de chocolate existentes.

A professora, dando sequência a interpelação que foi estabelecendo com os grupos durante o trabalho autónomo, abordou o grupo F que tinha na sua folha de trabalho o seguinte esquema:

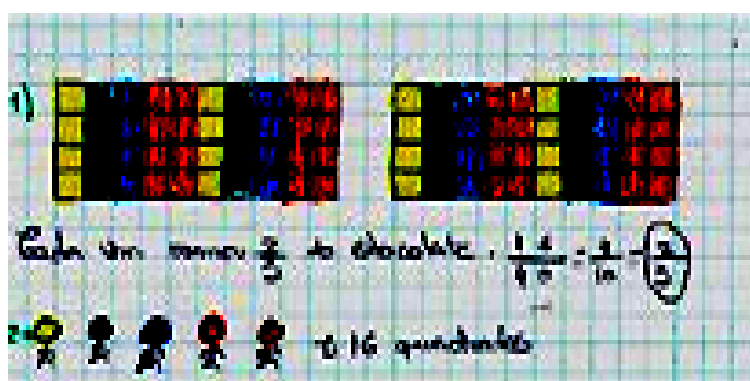


Figura 12 – Resolução do grupo F do primeiro problema

Da verificação da estratégia resultou o seguinte diálogo:

Professora (dirigindo-se ao grupo): Se tivessem que comer mais do que a unidade, quanto comeriam?

Aluno (dirigindo-se à professora): Mais do que quarenta quadradinhos.

Professora (dirigindo-se ao grupo): Então se comeu dezasseis quarenta avos, comeu mais ou menos?

Aluno (dirigindo-se à professora): Comeu menos que uma unidade.

(registo de observação, 27.05)

Nesta resolução o grupo recorreu a uma ilustração em função das duas unidades de chocolate, atribuindo a cada um dos cinco amigos uma cor que correspondia a parte tomada por este na unidade tornando a interpretação da estratégia escolhida mais elucidativa. É evidente que a partir do esquema, os elementos do grupo concluíram que cada amigo comeu dezasseis quadradinhos de chocolate. Daí que as questões colocadas pela professora ao grupo foram feitas no sentido de verificar se o grupo

tinha a certeza de que a fração quarenta avos representava a unidade, isto é, um chocolate.

Em relação ao primeiro problema a professora não indicou nenhum dos grupos para resolvê-lo ao quadro por razões de gestão do tempo, e porque constatou que todos os grupos tinham conseguido resolvê-lo, já que havia ainda o segundo problema por concluir. Por esta razão, foi a própria professora que, em jeito de conclusão da resolução, dirigiu-se ao quadro e escreveu:

$$\frac{16}{40} = \frac{2}{5} \quad \text{São 16 quadrados de chocolate.}$$

Relativamente às estratégias utilizadas pelos grupos, depreendeu-se que a grande maioria conseguiu compreender o conceito de unidade e da fração com significado parte-todo. Esta situação foi visível tanto nas resoluções em que foi utilizada uma unidade de chocolate, bem como nas que foram utilizadas duas unidades de chocolate. Constatámos ainda que, para a resolução do problema, a maior parte dos grupos recorreu à esquematização como forma de tornar inteligível a estratégia. Embora a Adriana tenha manifestado por várias ocasiões que os alunos tinham muitas dificuldades a nível da leitura e interpretação, reforçou que esta situação dificulta a atividade dos alunos no que se refere à compreensão e interpretação dos enunciados dos problemas. Daí a morosidade que se verificou principalmente na segunda turma para concluírem a resolução dos problemas durante o trabalho autónomo dos grupos.

Quanto ao segundo problema proposto, procederemos do mesmo modo como nas análises de resolução anteriores, começando pelo que constatámos na primeira turma. A Adriana não alterando a sua postura habitual quanto à interação e regulação do trabalho autónomo dos grupos dirigiu-se ao grupo F e observou o seguinte esquema:

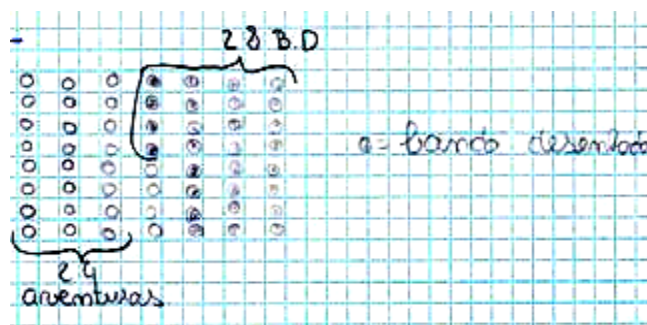


Figura 13 – Resolução do grupo F do primeiro problema

Depois de ter verificado o esquema que o grupo tinha na folha de trabalho passou-se o seguinte episódio:

Professora (dirigindo-se ao grupo): Gosto do vosso esquema. Então expliquem-me o que representa o vinte e quatro.

Aluno (dirigindo-se à professora): Professora, representa os livros de aventura.

Professora (novamente): Então não podem utilizar o esquema para os outros livros?

Aluno (dirigindo-se à professora): Mas professora metade de cinquenta e seis é vinte e oito.

Professora (dirigindo-se ao grupo): E será que vão representar os vinte e oito todos num esquema?

Grupo: Silêncio.

Aluno (dirigindo-se à professora): Já está professora.

Professora (dirigindo-se novamente ao grupo): As bolinhas que sobraram representam o quê?

Aluno (dirigindo-se à professora): Professora, representam os outros livros.

Professora (reforçando a resposta do aluno): Vão corresponder aos outros livros.

(registo de observação, 23.05)

No esquema, o grupo representou sete filas com oito bolas cada, que totalizava os cinquenta e seis livros. Considerou ainda, que cada fila representava um sétimo dos cinquenta e seis livros.

Daí que o grupo concluiu que três sétimos representavam os vinte e quatro livros de aventura. E como a metade de cinquenta e seis é vinte e oito, logo, este valor representava os livros de banda desenhada, dos quais os restantes eram os livros não designados no enunciado.

Quanto à pergunta referente à qual dos dois estaria mais próximo de concluir a leitura do livro, o grupo utilizou como estratégia de resolução a redução de frações

ao mesmo denominador, multiplicando os termos [**numerador e denominador**] da primeira fração por três obtendo deste modo a fração doze vinte e um avos que é equivalente a quatro sétimos.

$$\frac{4}{7} = \frac{12}{21}$$

Na resolução que se segue, os alunos multiplicaram os termos da primeira fração por sete, obtendo a fração sete vinte e um avos que é equivalente a fração um terço.

$$\frac{1}{3} = \frac{7}{21}$$

O número vinte e um representa o mínimo múltiplo comum entre sete e três (**denominador** das duas frações). Após terem reduzido as frações ao mesmo denominador, o grupo concluiu que a Mafalda estava mais próximo de terminar a leitura do livro, solução encontrada a partir da comparação dos numeradores das frações ($12 > 7$).

Em seguida, a professora dirigiu-se ao grupo B que tinha na sua folha de trabalho a resolução que consta na figura da seguinte:

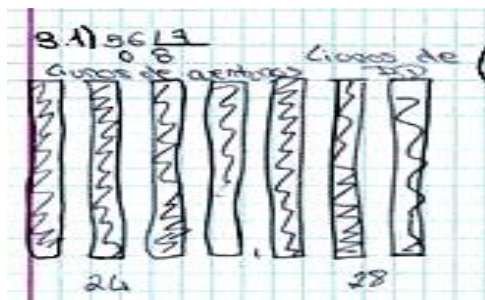


Figura 14 – Resolução do grupo B do segundo problema

Em relação a este esquema de resolução, o grupo no decorrer do trabalho autónomo foi questionado pela professora, no sentido de procurar perceber o raciocínio utilizado por eles.

Em seguida registou-se o seguinte diálogo:

Professora (dirigindo-se ao grupo): Este esquema o que é que representa?

Aluna (dirigindo-se à professora): Professora, cada barra representa oito livros.

Professora (dirigindo-se ao grupo): Muito bem. Então quantos livros de aventura são?

Aluna (dirigindo-se à professora): São vinte e quatro livros?

(registo de observação, 23.05)

O grupo B, na sua resolução conseguiu identificar os três sétimos, porque cada barra representava oito livros, tendo restado quatro sétimos dos cinquenta e seis entre os quais estariam os vinte e oito livros de banda desenhada. E se cada barra era constituída por oito livros, os quatro sétimos representavam os trinta e dois livros e retirando a metade dos cinquenta e seis seriam vinte e oito livros e restariam quatro livros que correspondiam a outros livros não referenciados no enunciado. O grupo concluiu ainda que a Mafalda estaria mais próxima para terminar a leitura do livro e neste caso, recorreu a mesma estratégia utilizada pelo grupo F.

Nas resoluções dos grupos F e B, apesar de ambos terem encontrado a solução do problema, recorreram a esquemas de representação diferentes, e verificámos que o grupo B, antes da representação do esquema, recorreu ao algoritmo da divisão ($56:7=8$) para formar o grupo de livros.

Os restantes grupos recorreram a esquemas de resolução idênticos ao do grupo B. A Adriana, para a resolução deste problema no quadro, solicitou um elemento do grupo B e outro do grupo F. Durante a apresentação das resoluções no quadro não se verificaram quaisquer interpelações tanto da parte da professora como dos restantes grupos.

Concluída a análise que fizemos na primeira turma, passamos agora, para a resolução do mesmo problema na segunda turma.

A primeira abordagem da Adriana começou por ser feita num dos grupos que inicialmente apresentava hipóteses de estratégias de resolução do problema sem ter compreendido o problema, o que fez com que a professora pedisse ao grupo que voltasse a reler o enunciado do problema para melhor compreensão. Esta situação, ficou expressa nas palavras da professora:

Adriana: Primeiro têm que compreender o problema, não comecem logo pelas hipóteses.

(registo de observação, 27.05.11)

Verificámos que, no início das resoluções dos problemas, alguns grupos não tinham alguma preocupação em ler com atenção e repetidamente no sentido de procurar compreender o enunciado do problema, expondo arbitrariamente as suas hipóteses de modo infundadas, o que teve implicações na exploração do problema e, consequentemente, na procura do resultado durante o trabalho autónomo.

A professora, ao longo das suas variadas intervenções durante o trabalho autónomo, foi chamando sucessivamente atenção aos elementos dos grupos para a importância da compreensão do problema.

Continuando a sua interpelação aos grupos, dirigiu-se ao grupo A e perante o esquema apresentado por este surgiu o seguinte diálogo:

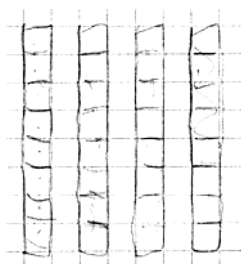


Figura 15 – Resolução do grupo A do segundo problema

Professora (dirigindo-se ao grupo): Expliquem a vossa estratégia.

Aluno (dirigindo-se à professora): Estou a representar em grupos.

Professora (dirigindo-se ao aluno): Então o teu grupo está formado por quatro conjuntos de livros. Olha para a parte que é necessária (referindo-se ao enunciado).

Aluno (dirigindo-se à professora): Professora, tem de ser sete.

Professora (dirigindo-se ao grupo): Então têm que colocar nos grupos formados em vez de quatro, colocam sete e verão.

(registo de observação, 27.05)

Após o diálogo mantido com a professora o grupo seguiu a sugestão que lhe foi dada e concluiu o esquema.

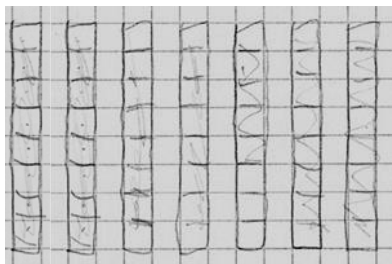


Figura 16 – Resolução do grupo A do segundo problema

A partir do esquema final, o grupo chegou à conclusão que os três sétimos representavam os vinte e quatro livros de aventura, tendo em conta que cada parte da unidade dividida em oito partes representa a terça parte da unidade.

Quanto a questão referente a quem poderia estar próximo de concluir a leitura do livro, a resposta foi unânime que seria a Mafalda, tendo estes, utilizado estratégias de resolução idênticas aos grupos anteriores, ou seja, recorrendo à comparação de frações.

A professora, interagindo, dirigiu-se ao grupo C que tinha na folha de resolução um esquema com a seguinte configuração:



Figura 17 – Resolução do grupo C.

Depois de a professora ter observado o esquema interrogou o grupo, para perceber o raciocínio utilizado pelos alunos. Resultou o seguinte diálogo:

Professora (dirigindo-se ao grupo): Então o que representa os quatro sétimos do livro?

Grupo: Silêncio.

Professora (dirigindo-se novamente ao grupo): Será que pretendemos saber os livros que representam quatro sétimos?

Aluno (dirigindo-se à professora): Não professora, queremos saber os livros que representam os três sétimos.

(registo de observação, 27.05)

Neste caso, o grupo tinha compreendido mal o enunciado do problema, e no esquema utilizado pintaram quatro sétimos, que não representariam os livros solicitados no enunciado. A partir do comentário feito pela professora,

o grupo verificou que tinha que pintar apenas três sétimos da unidade. Por isso, o grupo após a correção da resolução, apresentou o seguinte esquema:

8	8	8				
---	---	---	--	--	--	--

Figura 18 – Resolução do grupo C

Ou seja, neste esquema o grupo considerou tal como nos grupos anteriores que a terça parte representa oito livros, sendo que os sete sétimos são equivalentes a unidade que representa o total dos livros, cinquenta e seis. A professora ao passar novamente pelo grupo, verificou que este tinha encontrado o resultado, razão pela qual não ocorreu algum diálogo, tendo a professora aceite a correção que tinha sido feita pelo grupo.

A Adriana, depois de ter constatado que a maior parte dos grupos com exceção de dois tinham concluído o problema, deu por terminada a resolução da tarefa.

Para a apresentação e análise das resoluções solicitou a presença no quadro de três grupos.

O primeiro grupo fez-se representar por uma aluna que apresentou o seguinte esquema no quadro:

國	國	國	國	國	國	國	國
國	國	國	國	國	國	國	國
國	國	國	國	國	國	國	國
國	國	國	國	國	國	國	國
國	國	國	國	國	國	國	國
國	國	國	國	國	國	國	國
國	國	國	國	國	國	國	國
國	國	國	國	國	國	國	國

Figura 19 – Resolução do grupo D do segundo problema

Apresentado o esquema no quadro seguiu-se o seguinte diálogo:

Professora (dirigindo-se à aluna): Explica o vosso raciocínio.

Aluna (dirigindo-se à professora): Professora, formámos oito linhas com oito livros cada.

Professora (dirigindo-se novamente à aluna): Quantos livros são no total?

Aluna (dirigindo-se à professora): Cinquenta e seis livros.

Professora (novamente): Então que parte representa os três sétimos dos livros?

Aluna (dirigindo-se à professora): São as quadrículas assinaladas com a letra A, são vinte e quatro livros de aventura e vinte e oito de banda desenhada.

(registo de observação, 27.05)

Analisando o esquema apresentado por este grupo, verifica-se que cada linha de livros distribuídos representam a terça parte da unidade, o que leva a concluir que as três linhas assinaladas com a letra A representam os livros de aventura (vinte e quatro livros). O grupo conseguiu a partir do esquema de resolução utilizado identificar os vinte e oito livros de banda desenhada. Não tendo-se levantado qualquer questão por parte dos restantes grupos, a professora solicitou a presença do segundo grupo no quadro.

Um dos elementos do grupo C transcreveu no quadro a seguinte resolução:

Livros de aventura

8	8	8				
---	---	---	--	--	--	--

Figura 20 – Resolução do grupo C do segundo problema

Nesta resolução, o aluno explicou aos colegas que os vinte e quatro livros representam os três sétimos da unidade, já que cada terça parte da unidade corresponde a oito livros. Da parte da professora não houve nenhuma questão, porque o grupo já tinha sido interpelado por ela durante o trabalho autónomo.

Finalmente, a Adriana solicitou o último grupo para resolver a última questão do enunciado do problema.

Um dos elementos (aluna) do grupo dirigiu-se ao quadro e escreveu o seguinte:

$$\frac{4}{7} = 0,571$$

$$\frac{1}{3} = 0,(3)$$

Perante os valores indicados, a professora procurou compreender a resolução apresentada pela aluna.

Professora (dirigindo-se à aluna): Expliquem a vossa resolução.

Aluna (dirigindo-se à professora): Dividimos o numerador de cada fração pelo seu denominador e comparámos os resultados.

Professora (dirigindo-se novamente à aluna): A que conclusão chegaram?

Aluna (dirigindo-se à professora): Professora, chegámos à conclusão de que a Mafalda estava mais próximo de concluir a leitura do livro.

Professora: Ok, está correto.

(registo de observação, 27.05)

A razão da ida deste grupo ao quadro deveu-se ao facto de ter sido o único que recorreu a divisão dos termos da fração, obtendo numerais decimais em que um destes representava uma dízima infinita e comparou os respetivos valores. Daí ter concluído que a Mafalda estava mais próxima de terminar a leitura do livro. Este grupo não recorreu ao cálculo do mínimo múltiplo comum para comparar as frações como ocorreu com os restantes grupos de trabalho. Concluída a apresentação do grupo, a professora deu por terminada a resolução da tarefa.

Analisando a resolução da segunda tarefa, verificamos que os alunos apresentaram mais dificuldades na identificação da unidade como um todo, e foi visível durante o trabalho autónomo dos grupos e de algumas respostas obtidas por parte destes, nomeadamente, no primeiro e no segundo problema.

Os alunos têm a tendência em incorrerem no erro de que quando estão representadas duas unidades divididas em partes iguais o número de quadrículas aumenta, o que não corresponde à verdade porque no caso do primeiro problema da segunda tarefa os cinco amigos usufruíam de partes iguais em cada uma das unidades. Daí que o número de partes em que está dividida a unidade não se altera (quarenta partes) em cada chocolate.

No entanto, a Adriana reconheceu que se se tratasse apenas de um chocolate provavelmente ter-se-ia verificado menos dificuldades por parte dos alunos na identificação das partes da unidade. Referiu ainda que houve grandes dificuldades

na interpretação do problema, citando o seguinte exemplo: *“aqui quando ele (aluno) diz que o José tem quatro amigos, muitos esqueceram-se do José, fazendo a divisão por quatro amigos”* (entrevista pós aula, 27.05)

Síntese

Apresentação da professora. Adriana é professora numa escola do ensino básico do 2.º e 3.º Ciclos do Concelho de Sintra. Realizou a sua formação académica numa Escola Superior de Educação, sendo licenciada em ensino, na variante de Matemática e Ciências da Natureza, e leciona a disciplina de Matemática a duas turmas do 5º ano. Trata-se de uma professora dinâmica e muito preocupada com a sua função em termos profissionais.

Preparação das aulas. Antes de apresentar tarefas que envolviam a resolução de problemas e preparar convenientemente a estrutura dos mesmos, a Adriana tinha como principal preocupação a escolha do problema que melhor correspondesse às características em termos de competências do grupo turma. Analisava os enunciados dos problemas e resolvia-os, para se certificar do seu grau de dificuldade, incluindo a nível da linguagem e verificar se se tratava de problemas não rotineiros. As razões subjacentes a esta preocupação prendem-se com a intenção de encontrar ou tornar os problemas apelativos, de forma a proporcionar ambientes ricos de aprendizagem.

Por isso, a professora recorria a vários materiais mas preferencialmente ao manual adotado pela escola, por considerar que este já apresentava tarefas que do ponto de vista didático correspondiam ao tipo de exigência por ela pretendida. Apesar de tudo, reconhece que, mesmo tendo em consideração a qualidade dos manuais, os alunos apresentam muitas dificuldades a nível da compreensão e interpretação dos enunciados dos problemas, conseguindo ultrapassar esta situação através de uma interação sistemática com os grupos, privilegiando o “questionamento” como forma

de promover o esclarecimento e a compreensão nos alunos, bem como promover a argumentação matemática.

A professora reconheceu que um dos constrangimentos aquando da seleção das tarefas a propor aos alunos, tinha a ver com o facto de escolher o problema ideal, ou seja, aquele que correspondesse às expectativas dos alunos e que não fosse rotineiro. A Adriana reconhece que uma das dificuldades que manifestava quando procedia a preparação das aulas tinha a ver com a formação de grupos, ou seja, com a composição dos grupos, visto que considera que é necessário que estes sejam equilibrados e “heterogéneos” para permitir uma melhor participação dos seus elementos, favorecer o debate de ideias, a discussão de estratégias, o desenvolvimento da argumentação matemática dos alunos e desenvolver atitudes que promovam o espírito de cooperação e de valorização das ideias entre os elementos do grupo e a nível do grupo turma.

Por tudo isto, afirmou que em algumas ocasiões tem que proceder à mudança de alguns elementos de um grupo para outro, para melhorar as dinâmicas de trabalho, apesar de não ter recorrido com frequência durante a sua prática.

As aulas. A professora reconhece que na sua prática letiva privilegia o trabalho de grupo ou a pares sempre que propõe tarefas que envolvam a resolução de problemas. Considera, a propósito, que só é possível explorar um problema a partir da partilha de ideias entre os elementos do grupo. Advoga ainda que os grupos devem ser constituídos, no máximo, por quatro alunos para que o trabalho autónomo seja produtivo.

Outra dificuldade ainda tem a ver com a escolha dos líderes de grupo, por forma a organizar a atividade do grupo e a regular o debate a nível da apresentação de ideias de cada elemento, para finalmente se escolher a melhor estratégia de resolução do problema em mãos. Esta dificuldade, como disse a professora, está associada à fraca capacidade que os alunos manifestavam a nível da comunicação e argumentação matemática e na tomada de decisões. A Adriana reconhece que os alunos têm muita dificuldade em expressar os seus argumentos matemáticos por

falta de competências a nível da leitura e interpretação, o que, na sua perspetiva, só é possível superar no contexto de sala de aula, através da regulação e interpelação sistemática que tem de ser feita durante o trabalho autónomo dos grupos. Ou seja, procurar saber o que o aluno, num determinado momento da resolução, pretende dizer com a escolha de uma determinada estratégia.

A Adriana reconhece que é fundamental, durante o trabalho autónomo dos grupos, criar condições para que a resolução de problemas não se torne uma atividade enfadonha para os alunos. Daí que, incentiva os alunos a utilizar os recursos tecnológicos, como por exemplo as máquinas calculadoras para que estes possam ficar mais libertos e com mais tempo para refletir e criticar os resultados obtidos. No entanto, revela que embora seja apologista do recurso às tecnologias de informação, sublinha que outra das dificuldades tinha a ver com a utilização do computador durante a sua prática, justificando que tal não foi possível devido a dificuldade que os alunos vindos do 1º Ciclo têm em trabalhar situações problemáticas usando computador, por falta de habituação e rotinas de trabalho no âmbito da resolução de problemas. Esta foi a razão pela qual não utilizou em nenhuma ocasião o computador como recurso de aprendizagem. A professora reconheceu ainda, que outra das dificuldades dizia respeito à utilização de manuais por parte dos alunos, durante o trabalho autónomo, isto porque eles tinham tendência em procurar outras tarefas parecidas que constam do manual que acabava por desconcentra-los para a realização da tarefa proposta na aula. Para superar esta dificuldade recorreu sempre à utilização de fichas de trabalho por considerar que os alunos, naquela idade, têm na maior parte das ocasiões necessidade de ver outro tipo de tarefas para além das que vêm proposta no seu manual. Com esta possibilidade considera que os alunos têm melhores condições para se concentrarem na tarefa proposta e, deste modo, poder existir maior preocupação e empenho, entre os elementos do grupo, no cumprimento da tarefa.

No que diz respeito à gestão das aulas, a professora realça que a parte fundamental tem a ver com o momento em que os grupos desenvolvem o trabalho autónomo porque a interação dos alunos nos grupos permite melhor compreensão das estratégias de resolução escolhidas, bem como a possibilidade de os alunos

refletirem sobre as suas decisões e reanalisarem estratégias quando são interpelados no grupo. Acrescenta ainda que o momento da discussão coletiva na turma feito no quadro, a partir da apresentação das resoluções dos grupos, é crucial para a clarificação das dúvidas dos alunos e para a compreensão das estratégias escolhidas pelos diferentes grupos, bem como dos conceitos matemáticos implícitos e os anteriormente estudados. A Adriana reconheceu que este momento de discussão coletiva não foi, na maior parte das aulas, muito bem aproveitado, pelo facto de os grupos levarem demasiado tempo a resolver as tarefas. Uma das causas que a professora apontou com frequência para esta demora tem a ver com a dificuldade na leitura e interpretação dos enunciados dos problemas por parte dos alunos. A professora reconhece que a utilização de tarefas que envolvam a resolução de problemas, requerem mais tempo para a sua realização e discussão em aula do que as tarefas não problemáticas, por vezes é posta de lado devido à extensão do programa de Matemática. Esta situação, na sua opinião, prejudica a compreensão e aplicação de conceitos matemáticos bem como o desenvolvimento do raciocínio e argumentação matemática dos alunos. A não apresentação das tarefas por parte de todos os grupos quando se justifica representa um dos constrangimentos da professora.

Quando a Adriana se refere ao cumprimento do tempo definido para cada tarefa, reconhece que é essencial o momento em que um professor/a seleciona a tarefa, estrutura a atividade que será desenvolvida com os alunos e, depois da sua realização em aula, como é feita a sistematização e consolidação dos resultados obtidos, a partir da apresentação feita pelos alunos. Para finalizar, a professora revela que, a este respeito, a grande dificuldade tem a ver com a regulação sistemática da atividade de cada grupo durante o trabalho autónomo aquando da resolução da tarefa proposta, no sentido de se tirar melhor proveito possível das diversas resoluções durante a discussão coletiva com o grupo turma.

Capítulo V — Conclusões

O estudo que realizámos tinha como objetivo caracterizar e compreender as práticas de ensino de professores de Matemática do 2.º ciclo do ensino básico que envolvem a resolução de problemas. De acordo com os meus interesses e preocupações relacionados com a problemática de estudo a desenvolver e quadro do objetivo da investigação, as questões estabelecidas foram:

- a) Quais as preocupações dos professores na preparação de tarefas que envolvem a resolução de problemas?
- b) Que aspectos privilegiam a nível da organização dos alunos quando trabalham a resolução de problemas?
- c) Que tipos de dificuldades são confrontados os professores ao utilizarem a resolução de problemas como estratégia de aprendizagem?

Foi a partir de reflexões sobre estas interrogações que, tendo presente o objetivo do nosso estudo, estabelecemos as questões de investigação seguintes:

- a) Como preparam os professores as aulas em que preveem utilizar tarefas que envolvam a resolução de problemas? Na seleção destas tarefas que objetivos têm em mente e que aspetos dessas tarefas valorizam? Quais os principais constrangimentos e dificuldades com que se debatem?
- b) Como é que os professores efetuam a gestão das aulas em que se recorrem à resolução de problemas? Que momentos valorizam mais na condução dessas aulas? Quais os principais constrangimentos e dificuldades enfrentam e como as procuram superar?

Neste capítulo apresentaremos as principais conclusões do estudo procurando responder às questões de investigação, seguidas de uma reflexão e algumas implicações para futuras investigações para a prática letiva dos professores.

A preparação das aulas

A Adriana é uma professora que valoriza bastante o momento de preparação de aulas, porque reconhece que é nesta fase que devem ser tomadas decisões que tem a ver com a escolha ou elaboração de tarefas, a seleção de materiais didáticos e com os aspectos relacionados com a organização e a forma de funcionamento na sala de aula. Para a escolha de tarefas, com eventuais adaptações que reconheça necessárias, a professora privilegia o manual adotado pela escola, embora reconheça a necessidade de recorrer a outro tipo de recursos, nomeadamente a vários manuais de Matemática, e de materiais manipuláveis e a tecnologias de informação. A Adriana prioriza o manual adotado por considerar que ele tem qualidade nomeadamente no que se refere à organização dos conteúdos matemáticos que apresenta e às tarefas que contém, o que, como nos disse, torna o trabalho de preparação do professor de certo modo facilitado. No entanto, a professora manifestou algumas reservas à utilização do manual por parte dos alunos, durante o trabalho autónomo, por considerar que eles têm grandes dificuldades a nível de atenção/concentração, quando resolvem problemas com os manuais abertos. Esta desatenção, segundo a Adriana, tem a ver com o facto de os alunos terem a curiosidade de abrir outras páginas do manual, que não têm a ver com a tarefa proposta na aula. Na sua opinião, esta atitude prejudica significativamente o desempenho dos alunos na realização das tarefas. Esta situação, foi-nos dita pela professora, numa das entrevistas, em que utilizou a expressão “bisbilhotar” para se referir a atitude dos alunos quando lhes é dada a oportunidade de trabalhar com os manuais abertos. A professora dá como exemplo a situação de quando cada elemento do grupo tem o seu manual aberto ser levado a procurar em outras páginas problemas que sejam semelhantes com os propostos na aula, para encontrarem as soluções, situação que não os ajuda em termos de raciocínio e escolha de estratégia de resolução, bem como no cumprimento da tarefa.

A professora para ultrapassar esta atitude dos alunos recorria durante a preparação das aulas a elaboração de fichas de trabalho, onde colocava os enunciados dos problemas que retirava do manual adotado. A Adriana justifica esta opção pelo facto

de, em termos práticos, trazer mais vantagens no momento da realização do trabalho autónomo, porque cada aluno é levado a centrar a sua atenção/concentração, exclusivamente, na tarefa proposta, evitando deste modo desperdício de tempo durante a resolução e permite maior colaboração e interação entre os elementos do grupo. Nas aulas que observámos, a Adriana utilizou sempre este recurso quando os alunos resolviam problemas. No entanto, reconheceu que, em algumas ocasiões, permitia que os alunos trabalhassem com o manual adotado aberto, para que eles pudessem habituar-se a consultar a informação nele contida, compreender o tipo de linguagem matemática e interpretar o conteúdo dos enunciados. Referiu ainda, que às vezes os alunos têm a necessidade de procurar novos conceitos matemáticos que podem ajudar na resolução da tarefa apresentada.

Num estudo desenvolvido por Correia (1995), sobre práticas de professores, verificou-se que uns dos professores, o Pedro, estimulava os alunos para a consulta do manual, no sentido de ganharem hábitos de consulta de livros, procurarem termos ou conceitos novos e para resolverem exercícios. Numa outra investigação levada a cabo por Precatada et. al. (2001), concluiu em relação as práticas profissionais, que 87% dos professores inquiridos utilizavam sempre ou muitas vezes o manual adoptado pela escola. A partir dos resultados obtidos, o estudo recomendou que “devem ser utilizadas fontes diversificadas na preparação das actividades lectivas, incluindo livros, revistas, relatórios de experiências e outros materiais obtidos de centros de recursos e da internet.” (p. 58)

A Adriana reconhece a importância da utilização do manual adotado por parte dos alunos, desde que este contribua para promover a aprendizagem de conceitos matemáticos e hábitos de trabalho dos alunos.

A professora, apesar de reconhecer o papel das tecnologias de informação na aprendizagem dos alunos, pelo facto de considerar que a sua utilização desperta alguma curiosidade nos alunos. Referimo-nos concretamente do computador mas não recorreu a ele em aula, nem aquando da preparação das suas aulas. Advoga que os alunos recém-chegados do primeiro ciclo, não estavam habituados a trabalhar e explorar tarefas com este tipo de recurso.

A Adriana reconheceu que não basta propor tarefas que envolvam a resolução de problemas, importa sim, que os objetivos para esta concretização sejam bem definidos. Na sua prática, para a seleção de tarefas definia como sendo principais objetivos os seguintes: a escolha de problemas adequados ao nível de escolaridade dos alunos (grau de dificuldade), que promovam a aprendizagem de conceitos matemáticos; a seleção de tarefas não rotineiras com problemas que motivem os alunos e despertem a sua curiosidade; a escolha de problemas desafiantes que apelam a utilização de diferentes raciocínios e que estejam relacionados com situações do seu dia-a-dia; e finalmente a escolha de problemas que desenvolvam competências a nível da resolução de problemas.

De facto, constatámos esta preocupação quando referindo-se à seleção das tarefas, a professora realçou que dá ênfase a problemas que têm a ver com situações do dia-a-dia, pelo facto de considerar que podem ser mais motivadores e desafiantes para os alunos. Deu-nos como exemplo, a situação de quando propõe aos alunos, em algumas ocasiões, a recolha de dados relacionados com preços de produtos em supermercados, para depois trabalhá-los em contexto de sala de aula formulando a partir destes problemas que visam trabalhar o cálculo, bem como comparar valores. Ou seja, esse tipo de problemas permite maior envolvimento dos alunos pelo facto de estarem ligados à sua realidade. A professora considera que os problemas propostos devem ser motivadores para que os alunos desenvolvam competências a nível da resolução de problemas, através da utilização de estratégias e raciocínios de resolução diferentes. Reconheceu ainda que, antes de propor os problemas aos alunos, tem a preocupação de resolvê-los para aferir o seu grau de dificuldade e o tempo que poderão levar a serem resolvidos em aula. A professora reconheceu também que, para a utilização da resolução de problemas como estratégia de aprendizagem, é necessário que os problemas selecionados envolvam ideias matemáticas importantes relacionadas com os conteúdos programáticos a aprender. Para a Adriana, as tarefas que envolvem a resolução de problemas devem promover novas aprendizagens e não devem, apenas, resumir-se a problemas de aplicação de aprendizagens prévias. Na sua perspetiva, a resolução de problemas é vista como sendo transversal ao ensino da Matemática. Por isso,

salienta ainda que estes devem ser explorados e trabalhados ao longo do programa, não havendo conteúdos específicos para a sua utilização.

Ainda no que se refere às tarefas a propor em aula, a Adriana revelou que um dos principais constrangimentos que mais sentiu na sua seleção tem a ver com a escolha do problema “ideal”, ou seja, aquele que, na sua perspetiva, vá de encontro aos interesses e motivação dos alunos e que seja adequado ao seu nível de conhecimentos e capacidades. Por isso, referiu, com humildade profissional, que nem sempre é possível encontrar com precisão tarefas desafiantes para os alunos, o que requer da parte do professor algum tempo e trabalho no âmbito da resolução de problemas. A professora reconheceu ainda, que quando seleciona as tarefas que envolvam a resolução de problemas, presta especial atenção à forma como está elaborado o texto do enunciado, porque tem a noção de que os seus alunos têm muitas dificuldades a nível da leitura e interpretação. Salientou ainda, que se não forem previstos os aspectos acima referidos durante a preparação e seleção das tarefas, corre-se o risco da sua concretização não resultar em aprendizagem em contexto de sala de aula. Por isso, defendeu que era necessário o professor manifestar alguma disponibilidade quando pretende trabalhar a resolução de problemas com os alunos.

A Adriana defendeu ao longo das entrevistas realizadas que, na preparação de tarefas que envolvam a resolução de problemas, é necessário ter em atenção a composição dos grupos de trabalho porque, segundo ela, se estes não forem equilibrados, acabam por influenciar negativamente o debate de ideias, a escolha de melhores estratégias de resolução e a interação que deve existir entre elementos do grupo e deste com a professora. Considerou que é desejável que os grupos sejam estáveis, no sentido de promover hábitos de trabalho e interajuda entre os alunos, mas reconheceu que nem sempre é possível manter a estabilidade desejada porque, às vezes, é necessário melhorar as dinâmicas de trabalho de certos grupos, situação que ocorreu em alguns momentos da sua prática. Relativamente a este assunto, durante as observações, verificou-se algum à-vontade da parte da professora na escolha de elementos de um grupo para integrar outros, sempre que tal justificasse, notando alguma consistência na tomada de decisões deste género

ao longo do estudo. A professora reconheceu também que tinha dificuldades quando pretendia estabelecer a formação e composição dos grupos.

Neste estudo, verificou-se que há consistência entre aquilo que a professora planifica antes da aula e o que os alunos realizam em contexto de sala de aula. Essa consistência foi notória durante as observações de aulas e reforçada ao longo das entrevistas realizadas.

A gestão das aulas

A Adriana é categórica em reconhecer que a maneira mais apropriada de trabalhar a resolução de problemas em contexto de sala de aula é em pares de alunos ou em grupo (quatro ou cinco elementos), porque só assim, como disse, é possível promover o debate de ideias e de estratégias diferenciadas que enriqueçam o conhecimento matemático dos alunos e melhorar a sua argumentação matemática. Num estudo desenvolvido por Joana Porfírio (1993), com alunos do 7º ano de escolaridade, em que se centrou na exploração de situações problemáticas e na resolução de problemas, concluiu-se que ao nível do trabalho de grupo, os alunos revelaram crescente facilidade em compreender problemas, em implementar estratégias adequadas à sua resolução e em organizar o trabalho escrito de forma adequada. O estudo revelou ainda, que os alunos melhoraram a sua autonomia em termos de resolução de problemas, deixando de solicitar qualquer ajuda às professoras.

A formação de grupos era estabelecida pela professora, de modo a evitar desequilíbrios acentuados entre os elementos dos grupos. Ao longo das observações realizadas, o estudo revelou que a professora conseguiu na maior parte das aulas a estabilidade na composição dos grupos, só em algumas ocasiões, efetuou ajustamentos pontuais a este nível. Para a Adriana só desta forma é possível permitir o crescimento de rotinas de trabalho entre os seus elementos, desenvolver competências a nível da argumentação matemática, bem como a nível da resolução de problemas.

A Adriana quando utilizou a resolução de problemas como estratégia de aprendizagem de conceitos matemáticos, estabeleceu os seguintes momentos de aula: a apresentação da tarefa; resolução da tarefa em trabalho autónomo; e discussão colectiva na turma. Estas etapas foram similares em ambas as turmas lecionadas pela professora. Este tipo de organização de aula, contrasta com o tipo de trabalho dos professores que se resume à alternância de dois momentos de aula principais que são: a introdução dos assuntos matemáticos – realização de exercícios de aplicação relacionados com o assunto da aula (Guimarães, 1988).

A apresentação das tarefas. A Adriana reconheceu que, antes da resolução de um problema, era importante que houvesse sempre um momento prévio em que são explicados aos alunos os objetivos da tarefa, e destacados os conceitos matemáticos nela implícitos.

A professora, de um modo geral, concretizava este momento prévio expondo oralmente as tarefas propostas em fichas de trabalho. Durante a exposição introdutória, a Adriana apelava a atenção dos alunos para a leitura e interpretação dos enunciados dos problemas, pedindo aos alunos que mantivessem os grupos de trabalho e dava permissão para o uso da calculadora quando fosse necessário. Ao longo das observações verificámos que a professora só prescindia da utilização da calculadora quando achava que os cálculos envolvidos não apresentavam dificuldades acrescidas aos alunos. Aproveitava também para avisá-los para não utilizarem o manual durante o trabalho autónomo, para se concentrarem nas tarefas propostas e que estavam na ficha de trabalho.

Para Adriana era importante, neste momento prévio, que os alunos acompanhassem as suas explicações, que expusessem as suas dúvidas de forma ordeira, que questionassem aspetos que tivessem a ver com a tarefa. Alguns alunos colocaram perguntas à professora principalmente sobre os enunciados do problema. Verificou-se que o modo de participação mais frequente, estava relacionado com respostas às perguntas da professora. Era a partir deste momento que os alunos preparavam-se para o trabalho autónomo em grupo.

Para Adriana, se o momento prévio não for assegurado, corre-se o risco de hipotecar a atividade dos alunos pondo em causa os ambientes ricos de aprendizagem. No decurso das observações, a professora valorizou sempre este momento, tanto numa turma como na outra. E considerou que só desta forma seria possível garantir a interação e regulação da atividade dos alunos. Durante o estudo, verificou-se que esta tomada de decisão não era alheia às dificuldades que os seus alunos tinham a nível da leitura e interpretação de enunciados de problemas. Daí, ter procurado sempre controlar e assegurar este momento, para não prejudicar o bom andamento e cumprimento da realização das tarefas propostas.

Resolução das tarefas em trabalho autónomo. A professora enfatizou durante as entrevistas que quando os alunos realizam tarefas que envolvem a resolução de problemas, estes são chamados a “abrir gavetas” (expressão utilizada pela professora), querendo com isto dizer que mobilizam conceitos matemáticos já adquiridos e os aplicam na nova situação, cabendo ao professor monitorar esta atividade. Os problemas propostos pela Adriana visavam essencialmente a aprendizagem com compreensão de novos conceitos matemáticos, sem ignorar a relação destes com os conceitos já apreendidos.

No decurso da resolução de problemas, a professora valorizava muito o processo de resolução escolhido pelos alunos, a interação professor – aluno e aluno-aluno e o debate colectivo final sobre as estratégias utilizadas por cada grupo.

A Adriana no início do trabalho autónomo não estabelecia nenhuma interação, porque considerava que era fundamental para que os elementos de cada grupo interagissem procurando interpretar os enunciados, bem como procurar estratégias de resolução dos problemas apresentados. Passados alguns minutos no trabalho dos alunos, iniciava a sua interação com eles tendo como primeira preocupação saber se os alunos tinham compreendido ou não o enunciado de cada problema. Quando os alunos manifestavam algumas dificuldades na interpretação do enunciado, solicitava que estes voltassem a ler o problema, chamando sempre a atenção dos grupos no sentido de não levantarem hipóteses de resolução

infundadas sem compreenderem o enunciado. A professora durante as observações das aulas e nas entrevistas principalmente, manifestou-nos que os seus alunos tinham algumas dificuldades a nível da leitura e interpretação. Daí ter-nos dito que insistia na necessidade dos alunos lerem repetidas vezes os enunciados. Neste estudo verificou-se que esta atitude foi consistente com a sua prática letiva.

A Adriana, na interação que mantinha com os grupos, solicitava sempre que os alunos explicassem detalhadamente as suas estratégias de resolução, para perceber os raciocínios utilizados, e procurava ainda saber se estes estabelecem relações entre os conceitos matemáticos previamente estudados para resolverem novas situações. A interação professor-aluno era a que mais predominava durante o trabalho autónomo. No entanto, verificámos também vários momentos de interação entre aluno-aluno. Durante a regulação da atividade dos alunos, às vezes, a professora só interpelava os grupos quando achasse necessário ou quando fosse solicitada a sua presença, apesar de, coexistir a interação entre alunos e professor ou quando a Adriana intencionalmente a promovia. As intervenções junto de cada grupo não eram longas porque segundo ela acabaria por retirar a possibilidade dos alunos explorarem as suas ideias durante o debate entre eles. No contato que estabelecia com cada grupo, apoiava os alunos apresentando opiniões ou sugestões para que progredissem, ou com perguntas de forma a encaminhá-los para a resolução pretendida, mas sem pôr em causa as etapas por estes percorridos. Nas intervenções que fazia procurava, às vezes, através de comentários encaminhar os alunos para a resolução, como por exemplo, quando dialogava com os alunos se tinham calculado o mínimo múltiplo comum entre quatro e sete; ou procurar saber se a partir do cálculo do máximo divisor comum seria possível resolver o problema; ou explorar o conceito de unidade quando se trata de números racionais. Em outras ocasiões, questionava os elementos do grupo se será possível chegar ao resultado do problema, tendo em conta a estratégia utilizada. As questões, na maior parte dos casos eram dirigidas aos elementos que compõem o grupo, de modo a permitir a participação da maior parte dos elementos na fundamentação da estratégia escolhida, sendo, às vezes, de carácter individual quando se dirigia ao representante do grupo ou a um aluno específico. Esta situação verificava-se principalmente durante o trabalho autónomo e, às vezes,

quando a professora julgava que a estratégia inicialmente escolhida não seria a mais ajustada para chegar à solução do problema. Procurava essencialmente valorizar nas resoluções o processo utilizado por cada grupo, analisando e destacando os esquemas utilizados pelos alunos ou a organização/reorganização dos cálculos e finalmente a validação dos resultados obtidos. O erro dos alunos era muito valorizado pela professora, como forma de motivá-los a conjecturar novas formas de resolução e a recorrer a raciocínios diversificados. Foi notório nas observações de aulas que todos os grupos conseguiam resolver os problemas propostos, mesmo que para tal fosse necessário o aumento do tempo estabelecido para o trabalho autónomo. A professora aproveitava as interações que estabelecia com os alunos para pedir para utilizarem a calculadora, por forma a realizarem as operações envolvidas no cálculo, comparação de resultados ou retificação e validação dos resultados, situação que ocorreu em todas as aulas, com exceção, nos casos em que os cálculos envolvidos não o justificassem. No estudo realizado por Correia (1995), os dois professores estudados, o Pedro e a Mariana, valorizavam a utilização da calculadora, e noutra investigação efetuada por Precatada et al. (2001) dos professores inquiridos, metade recorriam ao uso da calculadora como instrumento de auxílio para cálculos.

A Adriana disse que não recorreu à utilização do computador pelo facto de, como explicou, não ser adequado aos seus alunos, embora tenha reconhecido vantagens em termos de aprendizagem e ensino da Matemática. No estudo levado a cabo por Precatada et al. (2001), também se notou uma frequência pouco significativa no recurso ao computador, no 2.º, 3.º ciclos e no Ensino Secundário, cerca de 88% dos professores inquiridos não o usavam.

No estudo desenvolvido por Correia (1995) um dos participantes, a Mariana, para além da calculadora, utilizava o computador (*Logo e Cabri-géomètre*).

A Adriana durante as observações estabeleceu uma relação de humildade, de confiança e de afeto com os seus alunos, fator que se veio a revelar fundamental na realização e cumprimento das tarefas propostas em cada aula. Esta situação, verificou-se também nos estudos desenvolvidos por Thompson (1982); Brown et al. (1983); Guimarães (1988); e Correia (1995). Incentivava com frequência os alunos

para exporem as suas ideias, a nível do grupo, por forma a desenvolver a argumentação matemática, bem como explorar os conceitos matemáticos implícitos a tarefa e ajudá-los a nível do desenvolvimento de competências de resolução de problemas. Realçamos que dessa relação a professora obteve sempre um *feedback* positivo da parte dos alunos, inclusive daqueles que ela considerava menos participativos, que se mostravam mais disponíveis na apresentação das suas ideias perante a professora ou entre colegas. Nas últimas observações de aulas, apesar das dificuldades dos alunos foi notória a diminuição do número de solicitações por parte da professora, consequência da maior colaboração e interação entre os elementos dos grupos, e do aumento gradual da autonomia na resolução de problemas. A Adriana reconheceu que a interação que era feita com os alunos era fulcral na atividade de resolução de problemas, porque permitia um envolvimento espontâneo dos alunos, favorecia o esclarecimento de dúvidas sobre os enunciados, e a compreensão dos processos de resolução e dos resultados obtidos, bem como a mobilização de conceitos já apreendidos para a resolução de uma nova situação problemática apresentada, e a aprendizagem de novos conceitos matemáticos.

Ao longo das observações verificámos que o momento do trabalho autónomo dos alunos foi o mais valorizado, tanto numa turma como noutra. Para a professora este destaque deveu-se ao facto dos alunos terem acabado de entrar no 2.º ciclo e, ainda, por não estarem habituados a trabalhar situações que envolvam a resolução de problemas.

A Adriana manifestou constrangimento face à falta de hábitos de trabalho dos seus alunos na aprendizagem da Matemática através da resolução de problemas. Segundo ela, só foi possível superar esta situação envolvendo persistentemente os alunos na sua atividade com os problemas propostos. A professora reconheceu ainda a existência de dificuldades em relação à gestão do tempo atribuído à resolução das tarefas. Nas explicações que obtivemos a partir das entrevistas, foi-nos dito pela professora que era uma situação difícil, já que os grupos [elementos do grupo] não funcionam ao mesmo ritmo, nem dispõem das mesmas ferramentas mentais e conhecimentos básicos, o que só era superável gerindo de forma

adequada o tempo durante o trabalho autónomo. Outra das dificuldades expostas pela Adriana tem a ver com a utilização da resolução de problemas como estratégia de ensino e aprendizagem devido a pressão que é exercida pela extensão do programa de Matemática. Esta visão é partilhada por uma das participantes do estudo realizado por Delgado (1993), em que a Rosa referiu a resolução de problemas como uma atividade prioritária, mas afirmou que, devido à falta de tempo para o cumprimento do programa, relega esta atividade para “segundo plano”. Num outro estudo realizado por Neves (1996) envolvendo dois professores, foi constatada a preocupação que estes tinham com o cumprimento do programa e o sentimento de pressão provocado pela própria organização do currículo. No entanto, a Adriana advoga que utiliza esta estratégia de ensino e aprendizagem com alguma frequência, já que lhe permite trabalhar de forma mais articulada os conceitos matemáticos já ensinados e os novos tendo em conta a situação concreta dos alunos. Referiu ainda que considera não ser necessário resolver problemas em todas as aulas, mas sim ao longo de todo o programa, tendo realçado, que a resolução de problemas não é limitada a um conteúdo específico do programa de Matemática. Referiu também que em algumas ocasiões, recorria à exercícios de aplicação como forma de consolidar alguns conceitos matemáticos.

A Adriana revelou nas entrevistas que a sua forma de pensar sobre a resolução de problemas evoluiu de forma significativa com o passar dos anos de experiência, isto é, comparativamente com os anos da formação inicial. Na fase actual sente-se mais segura e muito mais motivada em propor tarefas que envolvam a resolução de problemas. Neste estudo foi clara a consistência entre o que a professora pensa sobre a importância da resolução de problemas e a sua prática letiva. Contrariamente, num estudo realizado por Silva (2001), com professores, concluiu-se que estes consideravam a resolução de problemas como uma atividade pontual, que enriquecia o ensino e que ocorria algumas vezes ao longo do ano, não sendo interpretada como uma via educativa a adotar para ensinar Matemática.

No momento do trabalho autónomo os alunos utilizavam com mais frequência intervenções verbais através da apresentação de ideias e raciocínios, mas também realizavam a sua participação a partir de solicitações que faziam à professora, na

maior parte dos casos com perguntas relacionadas com a interpretação dos enunciados dos problemas, com as estratégias escolhidas e com a confirmação dos resultados obtidos. As intervenções dirigidas à professora não eram longas, tendo como objetivo o esclarecimento de questões que suscitavam dúvidas. Os alunos recorreram com regularidade à calculadora para confirmar e corrigir os seus resultados, bem como para se libertarem de cálculos eventualmente morosos e proporcionando o sentido crítico. O ambiente de trabalho que se notava a nível dos grupos favorecia o cumprimento da realização das tarefas, tanto numa turma como na outra. Também era caracterizado pelo respeito de regras de sala de aula, respeito pelas opiniões dos colegas e pela autoridade da professora. Esta atitude era feita através da colocação do dedo no ar antes de dirigirem-se à professora.

Discussão colectiva. No que refere à discussão das resoluções das tarefas a nível do grupo turma, a professora sublinhou que era um momento importante da resolução de problemas porque envolvia todos os alunos, e permitia partilhar estratégias de resolução e analisar resultados, bem como suscitar por parte dos alunos questões sobre as resoluções apresentadas no quadro e ainda sistematizar ideias sobre o trabalho realizado e a discussão efectuada. A Adriana utilizou, com alguma frequência estes momentos de discussão colectiva quando as tarefas eram realizadas dentro do tempo previsto.

Para as apresentações das estratégias de resolução no quadro, a professora informava a turma que seriam os representantes dos grupos a fazê-lo ou, se os elementos do grupo assim o entendessem, indicaria outro colega que manifestasse condições para fazê-lo. A situação que foi mais frequente no decorrer das apresentações foi à ida dos representantes dos grupos ao quadro. A professora solicitava sempre que essas apresentações fossem acompanhadas por um registo escrito da resolução. Para a Adriana este procedimento era essencial porque facilitava a compreensão e análise da mesma, por parte do grupo turma. Após o registo, a professora pedia ao aluno que efetuara o registo, para explicar aos restantes colegas a resolução apresentada, as dificuldades que sentiram durante a resolução e como chegaram a solução do problema. Definidas as regras a

professora solicitava aos restantes alunos que se debruçassem sobre as resoluções apresentadas. Tendo em conta as dificuldades que os seus alunos tinham na argumentação matemática, foram poucas, as vezes que os alunos questionaram os intervenientes que estavam no quadro. Estes momentos de debate, embora pontuais, despertaram na maior parte dos casos a atenção do grupo turma. A professora dava o seu contributo no debate levantando questões sobre as resoluções, insistindo nos processos utilizados, procurando deste modo a intervenção e melhor compreensão do grupo turma.

A Adriana no acompanhamento das resoluções dos grupos durante o trabalho autónomo, gostava de colocar algumas questões para fomentar o debate e criar um ambiente favorável à participação da turma. Considerando as limitações dos seus alunos em termos de comunicação matemática, muitas das vezes a discussão estabelecia-se num diálogo entre professora – turma. Porém esta intenção de promover o debate a partir das resoluções apresentadas foi notória em todas as aulas. É de realçar que a Adriana fazia questão que todos os grupos fossem ao quadro, retirando, apenas, essa possibilidade quando achava que nas resoluções que faltassem apresentar não havia diferenças. Para além disso, advoga que é aquele momento da sua prática letiva que lhe deixa satisfeita pelo facto de surgirem da parte dos alunos diferentes resoluções e explicarem os procedimentos de resolução. Nas resoluções apresentadas no quadro, enfatizava as situações em que ocorreram erros durante o trabalho autónomo, os raciocínios utilizados e a compreensão do conceito implícito na tarefa por parte dos alunos. Finalmente, solicitava sempre que os alunos registassem no caderno diário as resoluções dos diferentes grupos quando eram diferentes. No entanto, a não apresentação das estratégias de resolução por parte de todos os grupos quando se justificasse representava um dos constrangimentos da professora.

No final da discussão coletiva propunha no quadro alguns exercícios de aplicação sobre os conceitos estudados e procedia a correção do trabalho de casa.

Reflexão e implicações para a minha prática e para futuras investigações

Este estudo produziu efeitos positivos na minha atividade profissional porque permitiu explorar com maior profundidade a importância que a resolução de problemas representa no currículo da Matemática e na aprendizagem dos alunos. Também proporcionou melhorias na minha intervenção didática e pedagógica visto que, à medida que ia decorrendo o estudo, foram sendo esclarecidas algumas situações que têm a ver com a concretização das tarefas em contexto de sala de aula, no sentido de incutir nos alunos competências a nível da resolução de problemas: a valorização dos problemas propostos, a nível da argumentação matemática, a nível do uso da linguagem matemática e da comunicação matemática em geral. Suscitou ainda da minha parte a necessidade de participar em projetos ligados ao ensino da Matemática, em particular, temas que envolvam a resolução de problemas para fomentar o debate e a troca de experiências de carácter didático-pedagógico. Embora profissionalmente eu me considere um professor prático-reflexivo, no sentido de que procuro sempre melhorar as minhas práticas, esta investigação foi uma mais-valia no enriquecimento da reflexão sobre a minha prática letiva e dessa maneira para o meu desenvolvimento profissional em particular no que se refere à utilização da resolução de problemas como estratégia de ensino e aprendizagem na sala de aula.

No que respeita a futuras investigações, com base na experiência obtida a partir deste estudo, e considerando que as práticas sobre a resolução de problemas diferem de professor para professor, pela complexidade que lhes é inerente, sugerimos que em futuros estudos envolvendo a mesma metodologia se recorra a um número de participantes mais elevado e envolvendo mais do que um nível de escolaridade, e que a recolha de dados possa abranger todos os períodos do ano letivo e diversos temas matemáticos. Reconhecemos ainda que, apesar, da existência de vários estudos desenvolvidos em Portugal no âmbito das práticas de professores é necessário que futuras investigações continuem a centrar o seu foco “na sala de aula” porque é onde essencialmente o processo de aprendizagem acontece e que é consequência da atividade desenvolvida pelo professor antes, durante e depois dessa aprendizagem.

Para terminar, vou referir algumas limitações do estudo. Quando se abordam situações que envolvam a prática docente dos professores, “mergulhamo-nos” num mundo onde se levantam várias questões e incógnitas como a problemática do “pensar” enquanto ferramenta teórica do professor e o “fazer” que envolve a sua práxis da ação reflexiva e pedagógica, fora e dentro da sala de aula. De realçar que esses dois pólos diferem de professor para professor. Apesar da relação que existe entre o “pensar” e o “fazer”, embora ligados dialeticamente entre si, ocorrem interpretações diversas sobre a existência de situações consistentes e inconsistentes, em termos de resultados verificados em estudos anteriores, e referenciados ao longo da revisão da literatura. No contexto de sala de aula estão presentes fatores intrínsecos e extrínsecos, como por exemplo a tipologia de ambiente onde decorre a ação do professor, isto é, a “sala de aula” (enquanto arena escolar), o saber e conhecimento teórico-prático do professor, a aprendizagem e a motivação dos alunos, a predisposição para a realização de tarefas escolares que envolvam a resolução de problemas e, por último, a estrutura administrativa e organizacional da escola.

Reconhecemos, no entanto, que houve, da nossa parte e dos intervenientes no estudo, muito esforço e disponibilidade para que os resultados deste estudo fossem relevantes a nível da temática sobre as boas práticas de ensino através da resolução de problemas. Esta situação não invalida alguns aspetos de ordem organizativa e temporal afetos à realização da investigação que impunham da nossa parte alguma disciplina e rigor em centrar a nossa atenção sobre as questões de investigação. Referimo-nos, designadamente, à escolha dos informantes, ao tempo destinado à recolha de informação proveniente das observações de aulas, da realização das entrevistas e análise dos dados recolhidos.

O facto de não ter sido possível incluir no estudo o número de participantes que tínhamos inicialmente previsto, levou-nos a uma restrição em termos de dados disponíveis e na sua análise, não permitindo estabelecer analogias ou distinções face a diferentes práticas de ensino. Daí a razão pela qual sugerimos para futuras investigações a participação de mais do que um professor para o desenvolvimento da pesquisa. Outro factor que constituiu uma limitação de estudo foi o facto de não

nos ter sido permitido o uso da câmara de imagem durante a observação das aulas, já que, na nossa opinião, essas imagens teriam contribuído positivamente para esclarecer algumas situações ou “nuances” que envolvem o ambiente e as interações no contexto de sala de aula.

De todo o modo, consideramos que foram feitas diligências significativas para que fossem recolhidas informações relevantes em relação às experiências profissionais e quotidianas da docente estudada, nomeadamente em sala de aula. Pela nossa experiência de campo, com a observação das aulas e a interação com a professora sobre essas aulas e nas entrevistas, podemos assegurar que ouvir a voz do professor é de grande interesse quando pretendemos compreender o seu trabalho com os alunos em sala de aula, a didática e a pedagogia que implementam.

Referências Bibliográficas

- Almeida, A. J. R. (2005). *Resolução de problemas de matemática: estudo comparativo das diferenças ao nível da realização entre grupos de diferente rendimento escolar*. Tese de Mestrado, Universidade Portucalense Infante D. Henrique. Porto.
- Altet, M. (2000). *Análises das Práticas dos Professores e de Situações Pedagógicas*. Porto: Porto Editora.
- APM (1990). *Renovação do Currículo de Matemática*. (3.^a, ed.), Lisboa: APM.
- APM & IIE (1994). *Normas profissionais para o ensino da matemática*. Lisboa.
- Aubert, N. & Gaulejac, V. (1991). *Le Coût de L'excellence*. Paris: Le Seuil
- Azevedo, A. (1993). *O computador no ensino da matemática: uma contribuição para o estudo das concepções e práticas dos professores*. Tese de mestrado: Universidade Nova de Lisboa. Lisboa: APM.
- Bardin, L. (1977). *Análise de Conteúdo*. (Eds.) 70. Lisboa.
- Biklen, S. & Bogdan, R. (1994). *Investigação Qualitativa em Educação*. Porto: Porto Editora.
- Borasi, R. (1990). *The invisible hand operating in mathematics instruction: Students' conceptions and expectations*. In T. Cooney & C. Hirsh (Eds.), *Teaching and Learning Mathematics in the 1990s*. Reston: NCTM.
- Borrvalho, A. (1991). *Funções dos problemas no processo ensino/aprendizagem da matemática*. In *Educação e Matemática*, Nº 17, Lisboa, Associação de Professores de Matemática, pp. 13-14.
- Brown, M., Fernandes, D., Matos J. P. & Ponte, J. P. (1992). *Educação matemática*. Lisboa: IIE.
- Bush, W. S. (1882). *Preservice secondary mathematics teacher's knowledge about teaching mathematics and decision making process during teacher training*. Tese de doutoramento não publicada. Universidade da Geórgia, Athens.
- Canavarró, P. (1993). *Concepções e práticas de professores de Matemática: Três estudos de caso*. Tese de Mestrado. Universidade de Lisboa.
- Canavarró, P. (1994). *O computador nas concepções e práticas de professores de matemática*. *Quadrante*, 2, 25-50.. Lisboa: APM.
- Carmo, H. & Ferreira, M. M. (1998). *Metodologia da investigação: guia para a auto-aprendizagem*. Lisboa: Universidade Aberta.
- Carpenter, T. (1989). *Teaching as problem solving*. In R. I. Charles & E. A. Silver (Eds.), *The teaching and assessing of mathematical problem solving*. Reston: NCTM.
- Carrillo, J., Contreras, L. (1994). *The relationship between the teacher's conceptions of mathematics in mathematics teaching. A model using categories and descriptors for their analysis*. *Proceedings of PME XVIII* (pp. 11/152-159). Lisboa.
- Clandini, D. J. (1986). *Classroom practice. Teacher images in action*. London: The Falmer Press.

- Clark, C. M. (1986). *Ten years of conceptual development in research on teacher thinking*. In M. Ben-Peretz, R. Bromme & R. Halkes (Eds.), *Advances of research on teacher thinking*. Lisse: Swets & Zeitlinger B. V.
- Conney, T. J. (1985). A beginning teacher's view of problema solving. *Journal for Research in Mathematics Education*, 16, 324-336.
- Correia, J. L. M. (1995). *Concepções e práticas de professores de matemática: Contributo para o estudo da pergunta*. Tese de Mestrado. Universidade de Lisboa.
- Conferência Mundial sobre Educação para Todos, Jomtien, Tailândia (1990). *Declaração mundial sobre educação para todos: quadro de acção para responder às necessidades de educação básica*. Portugal: Ministério de Educação.
- Delgado, M. J. A. L. (1993). Os professores de Matemática e a resolução de problemas. *Tese Mestrado*. Lisboa: APM.
- Dubar, C. (1997). *A socialização, construção das identidades sociais e profissionais*. . Porto: Porto Editora.
- Enriquez, E. (1992). *L'organization en analyse*. Paris PUF.
- Erickson, F. (1986). *Qualitative methods in research on teaching*. In M. C. Wittrock (Ed.), *Handbook of research on teaching*. New York: Macmillan.
- Ernest, P. (1991). *The Philosophy of Mathematics Education*. Hampshire, The Falmer Press, pp. 287-289.
- Estrela, A. (1990). Teoria e Prática de Observação de Classes: *Uma Estratégia de Formação de Professores*. Lisboa: Instituto Nacional de Investigação Científica.
- Fernandes, D. (1992). *Resolução de problemas: investigação, ensino, avaliação e formação de professores*. In M. Brown, D. Fernandes, J. F. Matos & J. P. Ponte (Eds.), *Educação Matemática: Temas de investigação*. Lisboa: IIE e Secção de Educação da SPCE.
- Fernandes, D.; Borralho, A. & Amaro, G. (1994). Resolução de problemas: processos cognitivos, concepções de professores e desenvolvimento curricular. Lisboa: IIE.
- Fiorentini, D. & Lorenzato, S. (2006). *Investigação em educação matemática: percursos metodológicos*. S. Paulo: Campinas.
- Franco, A. & Canavarro A. P. (1987). *Atitudes dos professores face a resolução de problemas*. Lisboa: APM.
- Gattuso, L., Mailloux, N. (1994). *Conceptions about Mathematics teaching of preservice elementary and high-school teachers*. *Proceedings of PME* (p. II/392-399). Lisboa.
- Ghiglione, R. & Matalon, B. (1997). *O inquérito: Teoria e Prática*. Oeiras – Celta.
- Gimeno - Sacristén, J. (1995). *Consciência e Acção sobre a Prática como Libertação Profissional dos Professores. Profissão Professor*. Organização de António Nóvoa. Colecção Ciências da Educação, Vol. 3, 2.^a (pp. 63 – 92). Porto: Porto Editora.
- Guimarães, H. M. (1988). *Ensinar matemática: concepções e práticas*. Tese de Mestrado. Universidade de Lisboa: Departamento de Educação da Faculdade de Ciências.

- Guimarães, H. M. (1992). *Concepções, práticas e formação de professores*. In M. Brown, D. Fernandes, J. F. Matos & J. P. Ponte (Eds.), *Educação Matemática: Temas de investigação*. Lisboa: IIE e Secção de Educação da SPCE.
- Guimarães, H.M (2003). *Concepções sobre a matemática e a actividade matemática: um estudo com matemáticos e professores do ensino básico e secundário*. Tese de Doutoramento. Universidade de Lisboa: APM.
- Grows, D. A. (1985). *The teacher and classroom instruction: Neglected themes in problem – solving research*. In E. A. Silver (Eds.), *Teaching and learning mathematical problem solving: Multiple research perspectives*. Hillsdale, NJ: Lawrence Erlbaum Associates.
- Laville, C. & Dionne, J. (1999). *A construção do saber: manual de metodologia da pesquisa em ciências humanas*. Porto Alegre: Artmed (Belo Horizonte).
- Lester, F. K. Jr. (1980b). *Problem solving: Is it a problem?* In M. M. Lindquist (Ed.), *Selected issues in mathematic education*. Berkeley, CA: McCuthan Publishing Co.
- Lüdke, H. A. & André, M. E. D. (1986). *Pesquisa em educação: abordagens qualitativas*. S. Paulo: EPU.
- Matos, J. F. (1991). *Logo na educação matemática: um estudo de sobre as concepções e atitudes dos alunos*. Tese de Doutoramento. Lisboa: Projecto MINERVA. Faculdade de Ciências da Universidade de Lisboa.
- Matos, J. F. (1992). *Atitudes e Concepções dos Alunos: Definições e Problemas de Investigação*. In M. Brown, D. Fernandes, J. F. Matos & J. P. Ponte (Eds.), *Educação Matemática: Temas de investigação*. Lisboa: IIE e Secção de Educação da SPCE, (pp. 123 -166).
- Merriam, S. B. (1988). *Case study research in education: A qualitative approach*. San Francisco: Jossey – Bass.
- Nespor, J. (1987). *The role of beliefs in the practice of teaching*. *Journal of Curriculum Studies*, nº 19 (4), p. 317-327.
- Neves, A. L. C. N. (1996). *Observação nas concepções e práticas de dois professores do ensino básico*. Lisboa: Universidade Católica Portuguesa.
- Pajares, M. F. (1992). *Teacher's beliefs and educational research: Cleaning up a messy construct*. *Review of Educational Research*, nº 62(3), p. 307-332.
- Patton, M. Q. (1990). *Qualitative evaluation methods*. Newbury Park: Sage.
- Pehkonen, E. (1993). *What are a finish teachers conceptions about the teaching of problem solving in mathematics*. In *European Journal of Teacher Education*, nº3, (pp. 237-256).
- Perrenoud, P. (1993). *Práticas pedagógicas, profissão docente e formação*. Lisboa: D. Quixote e IIE.
- Pólya, G. (1945/1977). *A arte de resolver problemas (How to solve it)*. Rio de Janeiro: Interciência.
- Pólya, G. (1981). *Mathematical discvery: On understanding, leaming, and teaching problema solving*. New York: John Wiley & Sons.
- Pólya, G. (1995). *A arte de resolver problemas*. (2.^a ed.). Rio de Janeiro: Interciência.

- Pólya, G. (2003). *Como resolver problemas*. Lisboa: (1ª ed.) Gradiva (Trad. Leonor Moreira).
- Ponte, J. P. (1988). *Matemática, insucesso e mudança: problema possível, impossível ou indeterminado?* Lisboa: Aprender, nº6, (pp. 10 -19).
- Ponte, J. P. (1992). *Concepções dos Professores de Matemática e Processos de Formação*. In M. Brown, D. Fernandes, J. F. Matos & J. P. Ponte (Eds.), *Educação Matemática: Temas de investigação*. Lisboa: IIE e Secção de Educação da SPCE, pp. 185-234.
- Ponte, J. & Canavarro, A. P. (1994). *A resolução de problemas nas concepções e práticas de professores*. In D. Fernandes, A. Borralho & G. Amaro, *Resolução de Problemas: Processos Cognitivos, Concepções de Professores e Desenvolvimento Curricular*. Lisboa: Instituto de Inovação Educacional.
- Ponte, J. (1994a). *Mathematics Teacher's Professional knowledge*. Proceedings of PME XVIII (pp. 1 /195-210). Lisboa.
- Ponte, J. (1994b). *O desenvolvimento profissional do professor de matemática*. Lisboa: Educação e Matemática, nº 31, (pp. 9 -13).
- Ponte, J. P., Serrazina, L., Guimarães, H. M., Breda, A., Guimarães, F., Sousa, H., Menezes, L., Martins, M. E. G. & Oliveira, P. A. (2007). *Programa de Matemática do Ensino Básico*. Portugal: Ministério de Educação.
- Porfírio, J. M. L. B. (1993). *A resolução de problemas na aula de Matemática: uma experiência no 7º ano de escolaridade*. Lisboa: APM.
- Precatada, A., Lopes, A. V., Baeta, A. Loureiro, C., Ferreira, E., Guimarães, H., Ponte, J. P., Reis, L., Serrazina, L., Pires, M. V., Teixeira, P. e Abrantes, P. (1998). *Matemática 2001: diagnóstico e recomendações para o ensino e aprendizagem da matemática*. Lisboa: APM/IIE.
- Ribeiro, A. (1995). *Concepções de professores do 1º Ciclo: A matemática, o seu ensino e materiais didácticos*. Tese de Mestrado. Universidade de Lisboa.
- Serrazina, L. (1993). *Concepções de professores do 1º ciclo relativamente à Matemática e práticas de sala de aula*. Lisboa: Quadrante, 1, (pp. 127-136).
- Schroeder, T. L. & Lester, F. K. Jr (1989). *Developing understanding in mathematics via problem solving*. In P. R. Trafton e A. P. Shulte (Eds.), *New directions for elementary school mathematics (1989 yearbook)*. Reston: NCTM.
- Silva, A. A. B. (2001). *Resolução de problemas a Matemática: concepções e práticas*. Tese de Mestrado. Porto: Universidade Portucalense.
- Silva, A. M. C. (2007) *Formação -Espaço -T empo de Meditação na Construção de Identidades*. Coimbra: Ariadne.
- Silver, E. A. (1985). *Research on teaching mathematical problem solving: Some underrepresented themes and needed directions. Teaching and learning mathematical problem solving: Multiples perspectives*. NJ: Lawrence Erlbaum. Hillsdale.
- Stanik, G. & Kilpatrick, J. (1990). *Historical perspectives on problem solving in the mathematics curriculum*. In *The Teaching and Assessing of Mathematical Problem*

- Solving, third printing, R. Charles & E. Silver (Eds.), Lawrence Erlbaum Associates, National Council of Teachers of Mathematics, (pp. 1-3). Virgínia: Reston.
- Thompson, A. G. (1982). *Teacher's conceptions of mathematics and mathematics teaching: tree case studies*. Tese de doutoramento não publicada. Universidade da Georgia, Athens.
- Thompson, A. G. (1984). *The relationship of teachers conceptions of mathematics and mathematics teaching to instructional practice*. Educational Studies in Mathematics, 15, (pp. 105 – 127).
- Thompson, A. G. (1992). *Teacher's beliefs and conceptions: a synthesis of the research*. Em D. A. Grows (Ed.), *Handbook of Research on Mathematics Teaching and Learning* (pp. 127-146). New York: Macmillan.
- Tripier, P. (1987). *De la Qualification au marche du travail professionnel communication aux journées de sociologie du travail*. França: Nantes.
- Vale, I. (1993). *Concepções e práticas de jovens professores perante a resolução de problemas de Matemática*. Tese de Mestrado: Universidade de Lisboa. Lisboa: APM.
- Vieira, R. (1999). *Histórias de vida e identidades*. Porto: Afrontamento.
- Vidal, F. (1971). *Problem solving. Méthodologie générale de la créativité*. Paris: Dunot.
- Yin, R. K. (1988). *Case study research: design and methods*. Newbury Park: Sage Publications.
- Yin, R. K. (1989). *Case study research: design and methods*. Newbury Park: Sage Publications.

Anexos

Anexo 1 – Calendário

	2010			2011												2012											
	Out	Nov	Dez	Jan	Fev	Mar	Abr	Mai	Jun	Jul	Ago	Set	Out	Nov	Dez	Jan	Fev	Mar	Abr	Mai	Jun	Jul	Ago	Set	Out	Nov	Dez
Revisão da literatura																											
Planeamento metodológico																											
Seleção das professoras																											
Recolha de dados						1)		2)		3)																	
Análise dados																											
Escrita do caso																											

	2015												2016									
	Jan	Fev	Mar	Abr	Mai	Jun	Jul	Ago	Set	Out	Nov	Dez	Jan	Fev	Mar	Abr	Mai	Jun	Jul	Ago	Set	Out
Revisão da literatura																						
Análise dados																						
Escrita do caso																						
Elaboração das conclusões																						
Entrega da dissertação																						

1) 1.^a entrevista longa e 1.^o momento de observação de aulas

2) 2.^o momento de observação de aulas

3) 2.^a entrevista longa

Nota: nos anos 2013 e 2014 houve interrupção dos trabalhos, como expliquei no capítulo da metodologia

Anexo 2 – Guião da 1.^a entrevista longa

(Percurso escolar e Profissional)

- Há quanto tempo exerce a função de professor?
- Pode indicar-me algumas razões da escolha da sua profissão?
- Gosta da profissão que exerce? Porquê?
- Qual é a sua formação académica?
- É profissionalizado? Há quanto tempo? Como obteve essa profissionalização?
- Que tipo de dificuldades tem tido para desenvolver o seu trabalho na sua escola?
- Em que tipo de eventos participou e que estão relacionados com a Matemática?
- Durante o seu percurso profissional já organizou ou participou em atividades que têm a ver com a Matemática? Quais?
- Já participou em outras áreas de formação que visaram melhorar a sua prática letiva? Em que áreas?
- Já participou em alguma formação específica acerca da resolução de problemas?

Anexo 3 – Guião da 2.ª entrevista longa

(A resolução de problemas e o ensino da Matemática)

- Como caracteriza um bom problema?
- O que é para si a resolução de problemas?
- Resolve habitualmente problemas? Em que situações o faz?
- Durante a resolução de problemas que aspetos considera relevantes?
- Como caracteriza um bom resolvidor de problemas?
- Que objetivos definiria para o ensino da resolução de problemas?
- Na sua opinião o ensino da Matemática deve ser feito através da resolução de problemas? Indique as razões da sua opção?
- Considera que resolução de problemas está contemplada adequadamente no Novo Programa?
- Em seu entender com que papel e objetivos a resolução de problemas deve ser integrada no currículo de Matemática?
- Considera que os professores deveriam ter uma formação específica no âmbito da resolução de problemas e situações problemáticas no ensino da Matemática?
- Como organiza as suas aulas quando resolve problemas? (tipos de problemas escolhidos)
- Na sua prática letiva, desenvolve os conteúdos matemáticos através da resolução de problemas? De todos? De alguns? Em relação a última, quais?
- Como escolhe os problemas que propõe aos seus alunos? Que tipo de recursos recorre habitualmente?
- Que tipo de ambiente considera favorável para a resolução de problemas?
- Na prática letiva, fala-se muito das dificuldades dos alunos em resolver problemas. Indique algumas razões para esta realidade?
- O que faria para que um aluno que tenha dificuldades na resolução de problemas, melhorasse a sua competência?
- Na sua opinião, como caracterizaria o ensino atual da Matemática?

Anexo 4 – Guião de observação de aulas

Ambiente de aula e interações pessoais

Como é o ambiente geral da aula e o ritmo de trabalho, como é o grau de atenção e envolvimento dos alunos nas tarefas, de que tipo são as interações dominantes na aula (professor/aluno, aluno/professor, aluno/aluno), que aspetos se realçam na relação do professor com os alunos e da relação entre os alunos.

Estrutura da aula

Como começa a aula, quais os momentos principais e qual a sua sequência, que relações com aulas anteriores ou posteriores, como termina a aula.

Papel do Professor

O que caracteriza fundamentalmente a atuação do professor em aula (expor/explicar, esclarecer, perguntar; dirigir, orientar, discutir; controlar, apoiar, incentivar): de que natureza são as suas intervenções, como solicita a participação dos alunos e integra as suas contribuições, como acompanha a atividade que os alunos desenvolvem, como procede na correção dos trabalhos que são realizados, como procede para introduzir novos assuntos.

Papel do aluno

O que caracteriza fundamentalmente a atuação dos alunos em aula (escutar, observar, perguntar, responder, pôr dúvidas, questionar, debater): como participam os alunos na aula, que tarefas realizam, de que tipo são as intervenções/solicitações dirigidas ao professor, de que natureza é a colaboração e interajuda entre alunos; que tipo de iniciativas que tomam.

Atividades na aula

O que caracteriza fundamentalmente as atividades em aula:

- ao nível da sua origem e iniciativa (do professor, dos alunos); ao nível do suporte em que são propostas (oral ou escrito);

- ao nível do grau de estruturação (mais ou menos estruturado);
- ao nível do estilo de trabalho em que são realizadas (individual, grupo, coletivo);
- ao nível da sua duração (mais ou menos prolongada);
- ao nível da sua natureza (exposição, prática/consolidação¹, resolução de problemas², discussão³;

1 Resolução de problemas, conceitos, comunicação, linguagem matemática,...

2 Levamento de estratégias, compreensão dos enunciados, identificação dos conceitos, cálculo,...

3 Ao nível do grupo, ao nível da turma: Professor/aluno(s), aluno/aluno.

- ao nível do seu contexto (carácter problemático da atividade, contextualização, ligação com a realidade, utilização do material, utilização da tecnologia);
- ao nível da sua incidência principal (resolução de problemas e cálculo)

Registar: dia, hora, ano, turma, número de alunos, condições físicas da sala, sumário.

(Guimarães, 2003, com adaptações)

Anexo 5 – Transcrição de uma entrevista. 1ª Página (Digitalização)

Data: 8/03/2011 Duração: 1 hora e 22 minutos

E – Há quanto tempo exerce a função de professor?

P – Ora tirando o estágio que não conta para isto, já só, este é o 13º ano. *tempo de serviço*

E – Pode indicar-me algumas razões da escolha da sua profissão?

P – Ora... se calhar foi um bocadinho, na altura que, antes de entrar no curso, no 12º, eh o meu primeiro curso não foi este, aliás eu nem se quer sabia que havia o Politécnico e havia a Faculdade, eu quando concorri a 1ª vez para no 12º ano, nem se quer sabia se havia Escola Superior de Educação, só conhecia as Faculdades.... Entretanto pus Engenharia Florestal, pus várias Engenharias, e ah... até foi muito engraçada que a minha mãe não me deixou ir para Santarém, onde entrei na Escola Superior de Engenharia Florestal, pronto...

Escolha da profissão

Entretanto uma colega minha desse ano, entrou para *o curso* professora de Matemática e Ciências da Natureza, e eu, que giro, não me lembro desse curso, virei-me para ela, isso é muito giro, eu nessa altura era muito ligada às ciências. Entretanto em termos profissionais já mudei, já só muito mais ligada à Matemática, mais naquela altura estava muito virada para o ambiente, era muito "Peace in Love", como se costuma dizer, muito virada para as ciências. Entretanto vi esse curso, e fui à ESSE de Lisboa, inteirei-me do curso, gostei muito, e foi nessa altura que decidi logo, no ano a seguir vai ser esse o curso que eu quero, porque eu gostava muito de ciências da natureza.

Escolha da profissão

E – Gosta da profissão que exerce? Porquê?

P – Gosto muito da profissão que exerço, gosto, não vejo a fazer outra, apesar de cada vez mais estarmos ligados a uma burocracia, a papéis, então como Directora de turma cada vez isto é pior, mas em termos de gratificação, acho que esta é das profissões mais bonitas do mundo, e quando estou na sala de aula estou a me esquecer das outras partes más, porque depois daquelas que sentimos que correu bem, que fizemos alguma coisa, no meio disso tudo, o nosso papel, sentimos que é um papel, *importante* e exactamente uma missão. Nesta profissão, quando estamos com os miúdos é gratificante.

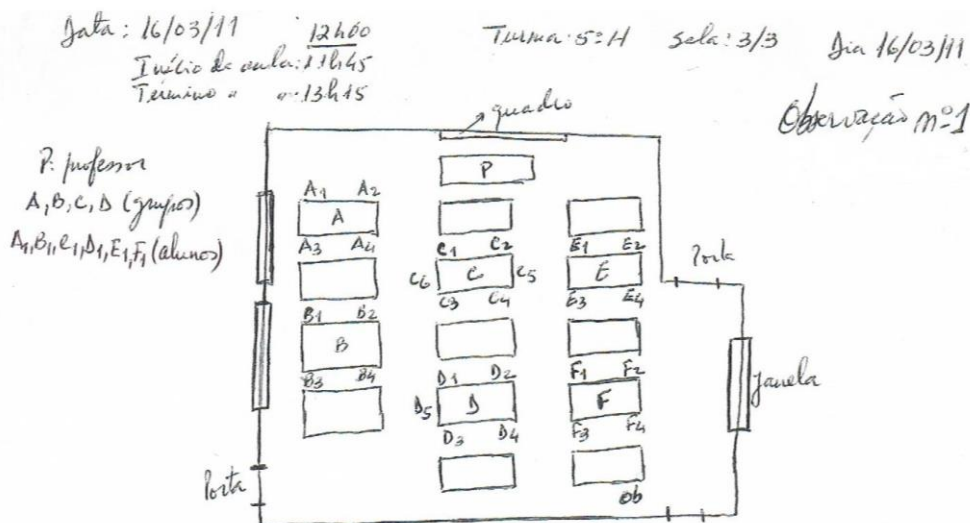
grau de satisfação pelo exercício da sua função

E – É profissionalizada? Há quanto tempo? Como obteve essa profissionalização?

P – A minha formação académica é licenciatura em ensino, Matemática e Ciências da natureza, pela ESE de Lisboa. Sou profissionalizada, a treze anos, então.

Percurso profissional

Anexo 6 – Folha de recolha de dados de observação. 1.ª Página (Digitalização)



- 12h00 P: começa por felicitar os alunos da turma que venceram o Teddy-Rapper da escola
P: solicita a formação de grupos de trabalho (4 e 5)
(os mesmos grupos que temos trabalhado)
- 12h05 P: distribui os fichas com os problemas aos grupos
"Podem utilizar calculadora"
- 12h08 A: aluna bate a porta e pede para entrar (atrasada)
P: "podes ir para o grupo D"
- 12h09 P: dirige-se aos grupos E e C e pergunta "já fizeram o 1.º problema?"
A: E1 ainda não temos a certeza
P: pergunta ao grupo F "compreenderam o problema?"
A: F4 "temos que calcular o m.m.c."
P: ok
- 12h10 P: solicita ao grupo D para apresentar na folha os resultados e explicar o raciocínio utilizado "tem que indicar todos os passos"
- 12h15 A: E1 chama a professora e diz "professora estamos com dificuldade em encontrar o tempo?"
P: pergunta ao aluno (grupo) "quantas horas tem um dia?"
A: E1 "tem 24 horas."
P: "então a que horas tomara o comprimido?" "hum?" "agora já posso tentar resolver o problema?"

Anexo 7 – Registo de aula. 1.ª Página (Digitalização)

1.ª Aula

Dia 16/03/2011 – 11h 45 Turma: H Sala 3/3

Sumário: Descoberta do mínimo múltiplo comum entre dois números.
Resolução de problemas.

Estrutura e sequência da aula

Nesta aula, recorreu-se a resolução de problemas para estudar o conceito de mínimo múltiplo comum. A aula teve início com a apresentação dos objectivos da aula, ao que se seguiu a formação de grupos e distribuição das fichas com dois problemas para a descoberta do mínimo múltiplo comum. Em seguida, apresentaram-se as estratégias de resolução dos grupos no quadro. A aula terminou com a escrita do sumário e marcação do TPC e tocou para a saída.

Desenvolvimento da aula

formação de grupos

distribuição das fichas e trabalho

trabalho autónomo dos grupos
interacção com os grupos

1. Após ter entrado na sala as 12h00, por um dos acessos da sala dentro do bloco 3, a professora abriu a outra porta para os alunos entrar. Em seguida, felicitou os alunos da turma que ganharam o Peddy – Papper escolar e procedeu a minha apresentação à turma – “Como tinha vos dito está aí o professor Ruben que vai trabalhar connosco”. Em seguida, dá início aos trabalhos da aula, solicitando a formação dos grupos. “Vamos trabalhar com os mesmos grupos”.

2. Distribui as fichas de trabalho aos grupos constituídos por 4 a 5 alunos, tendo um dos grupos trabalhado com 6 alunos, pelo facto da aluna ter chegado tarde à aula.

3. A professora dá ordens para os grupos começarem à trabalhar e informando que podiam utilizar a calculadora. “Podem utilizar a calculadora”

4. A professora dirige-se para os grupos E e C e pergunta – “já resolveram o primeiro problema? Açam que o resultado está certo?”.

5. Uma aluna bate a porta e pede para entrar e a professora autoriza a sua entrada. “Porquê que chegaste atrasada? Podes ir para o grupo D”

6. A professora dirige-se ao grupo F pergunta – “compreenderam o problema?” e o aluno F4 responde: “ Temos que calcular o mínimo múltiplo comum”.

Anexo 8 – Planificação das aulas (Digitalização)

Aula 1

Plano de Aula

Conteúdos: Mínimo múltiplo comum de dois números

Objectivos: Compreender a noção de mínimo múltiplo comum de dois números e determinar o seu valor.

Ação a desenvolver com os alunos:

- Definir estratégias de resolução de problemas.
- Interpretar enunciados.
- Reconhecer o interesse do m.m.c. na resolução de problemas.

Sumário: Resolução de problemas envolvendo o m.m.c.

Desenvolvimento da aula:

- Os alunos dividem-se em grupos de trabalho e elegem um porta-voz.
- Distribui-se a ficha de trabalho pelos vários grupos, uma para cada aluno.
- Os vários grupos resolvem os problemas apresentados na ficha. O professor circula pelos vários grupos orientando o trabalho e apercebendo-se das estratégias que estão a ser utilizadas na resolução de problemas.
- O porta-voz de cada grupo explica, no quadro, a forma como chegaram à solução dos problemas.
- A professora complementa as estratégias dos grupos, se necessário e apresenta a noção de mínimo múltiplo comum, utilizando dados dos problemas.
- De seguida é proposto outro método para o cálculo do mínimo múltiplo comum, a partir da decomposição em factores primos. (Esta actividade dependerá do tempo utilizado anteriormente).

Raciocínio matemático/ Comunicação Matemática

- Explicar, recorrendo a exemplos e a contra-exemplos, processos, resultados e ideias matemáticas.
- Utilizar tabelas, esquemas e cálculos para explicar processos e resultados.
- Conhecer e pôr em prática estratégias de resolução de problemas, verificando a adequação dos resultados obtidos e dos processos utilizados.

Avaliação:

Avaliar a intervenção dos alunos ao longo da aula, através dos seguintes registos:

- concretização das actividades;
- respeito pelas normas de trabalho e convivência;
- interesse /empenho;
- cooperação no trabalho de grupo;
- capacidade de síntese e análise.

Plano de Aula

Conteúdos: Operações com números racionais não negativos

Objectivos:

- Compreender e comparar números racionais representados de diferentes formas.
- Compreender e ser capaz de operar com números racionais.
- Resolver problemas, raciocinar e comunicar em contextos matemáticos.

Acção a desenvolver com os alunos:

- Definir estratégias de resolução de problemas.
- Interpretar enunciados.
- Utilizar números racionais representados de diferentes formas (fracções, numerais decimais e numerais mistos).

Sumário: Resolução de problemas envolvendo números racionais.

Desenvolvimento da aula:

- Os alunos dividem-se em grupos de trabalho e elegem um porta-voz.
- Distribui-se a ficha de trabalho pelos vários grupos, uma para cada aluno.
- Os vários grupos resolvem os problemas apresentados na ficha. O professor circula pelos vários grupos orientando o trabalho e apercebendo-se das estratégias que estão a ser utilizadas na resolução de problemas.
- O porta-voz de cada grupo explica, no quadro, a forma como chegaram à solução dos problemas.
- A professora complementa as estratégias dos grupos, se necessário e procura que os vários grupos definam a estratégia mais rápida para resolver cada problema.

Raciocínio matemático/ Comunicação Matemática

- Explicar, recorrendo a exemplos e a contra-exemplos, processos, resultados e ideias matemáticas.
- Utilizar tabelas, esquemas e cálculos para explicar processos e resultados.
- Conhecer e pôr em prática estratégias de resolução de problemas, verificando a adequação dos resultados obtidos e dos processos utilizados.


Avaliação:

Avaliar a intervenção dos alunos ao longo da aula, através dos seguintes registos:

- concretização das actividades;
- respeito pelas normas de trabalho e convivência;
- interesse /empenho;
- cooperação no trabalho de grupo;
- capacidade de síntese e análise.

Anexo 9 – Fichas de trabalho (Digitalização)

Tarefa 1

Ficha de Trabalho de Matemática - 5º Ano		
Assunto: m.m.c.		
Nome: _____ Nº _____ Turma _____ Data: ____/____/____		

RESOLVE EM GRUPO OS SEGUINTE PROBLEMAS



1- Os treinos de atletismo no clube do Joaquim e da Ana começaram no dia 1 de Setembro e os dois amigos encontraram-se e puderam conversar porque já não se viam há muito tempo. O Joaquim treina no clube de **4 em 4** dias e a Ana de **7 em 7** dias. Em que dia do mês de Setembro é que estes dois amigos se voltarão a encontrar?



R: _____


2-O António está doente e por indicação médica tem de tomar dois medicamentos (**A** e **B**). O medicamento **A** deve ser tomado de **6 em 6** horas e o medicamento **B** de **8 em 8** horas.

Sabendo que o António começou a tomar os dois medicamentos às 8 horas da manhã de um determinado dia, descobre a que horas voltou a tomar os dois ao mesmo tempo.



R: _____

Tarefa 2

<p>Ficha de Trabalho de Matemática - 5º Ano</p> <p>Assunto: Resolução de problemas com números racionais</p>	
Nome: _____ Nº _____ Turma _____ Data: ____/____/____	

RESOLVE EM GRUPO OS SEGUINTES PROBLEMAS



1- O José trouxe dois chocolates como os da figura para distribuir igualmente por si e pelos seus quatro amigos.

1.1- Que parte coube a cada um?

Descreve o processo que utilizaste para responder. Podes fazê-lo utilizando palavras, desenhos, esquemas ou cálculos.



1.2- Com quantos quadrados de chocolate ficou cada um?

Descreve o processo que utilizaste para responder. Podes fazê-lo utilizando palavras, desenhos, esquemas ou cálculos.

1.3- Cada um dos seus amigos ficou com mais ou menos que um chocolate? Explica o teu raciocínio.

2- A Mafalda colocou os seus livros numa estante organizando-os por temas.

Dos seus 56 livros, $\frac{3}{7}$ são de aventuras e metade são de banda desenhada.

2.1- Indica qual das seguintes afirmações é verdadeira:

- a) A Mafalda tem 24 livros de banda desenhada.
- b) A Mafalda tem 28 livros que não são de aventuras nem de banda desenhada.
- c) A Mafalda tem 4 livros de banda desenhada.
- d) A Mafalda tem 24 livros de aventuras.



2.2- A Mafalda leu $\frac{4}{7}$ do livro "Memorial do Convento" e o Miguel leu $\frac{1}{3}$ desse mesmo livro.

a) Qual dos dois está mais próximo de acabar a leitura deste livro? Explica a tua resposta.

b) Que parte do livro ainda falta ler à Mafalda? Porquê?

Anexo 10 – Produções escritas dos alunos

Exemplo (Tarefa 1)

1- Os treinos de atletismo no clube do Joaquim e da Ana começaram no dia 1 de Setembro e os dois amigos encontraram-se e puderam conversar porque já não se viam há muito tempo. O Joaquim treina no clube de 4 em 4 dias e a Joana de 7 em 7 dias. Em que dia do mês de Setembro é que estes dois amigos se voltarão a encontrar?



$$7 \times 4 = 28$$

porque o múltiplo de 7 e de 4.

R: Estes dois amigos voltarão a encontrar-se no dia 28 de Setembro.

2-O António está doente e por indicação médica tem de tomar dois medicamentos (A e B). O medicamento A deve ser tomado de 6 em 6 horas e o medicamento B de 8 em 8 horas.

Sabendo que o António começou a tomar os dois medicamentos às 8 horas da manhã de um determinado dia, descobre a que horas voltou a tomar os dois ao mesmo tempo.

A 6 em 6 horas

$$6 \times 8 = 48$$

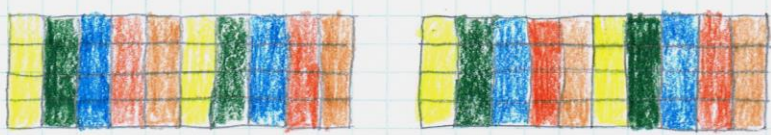
B 8 em 8 horas

48 é múltiplo de 6 e 8


R: António voltou a tomar os dois medicamentos ao mesmo tempo 48 horas depois

Exemplo (Tarefa 2)

1)
1. 1)

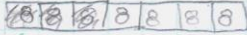


R: Cada um comeu $\frac{2}{5}$ do chocolate. $\frac{16}{40} = \frac{4}{10} = \frac{2}{5}$

1. 2)  $\rightarrow 16$ quadrados

R: Cada um comeu 16 pedaços de chocolate

1. 3) \rightarrow Cada um ficou com menos de um chocolate inteiro.


3)  - Alternância 24

3. 1) A-
B-
C-
D-V

3. 2) $\frac{4}{7} = \frac{1}{3}$
0.3)

0,5 7 1 2 8 5

2) É a tafalda

3) 

R: falta ler $\frac{3}{7}$